

社会資本と地域間補助

金本良嗣

東京大学経済学部

1 はじめに

都市における経済活動や都市住民の生活を維持するためには、道路、鉄道、公園、上下水道、電力、電気通信などのいわゆる社会資本サービスが円滑に供給されていることが不可欠であり、その供給の仕組みを分析することは経済学者にとっての重要な研究課題である。しかし、社会資本は曖昧な言葉であり、経済学的に明確な定義が存在しているとは言えない。社会資本をどう定義するかについては大きく分けて3つの考え方がある。

第一は、経済発展論の分野で用いられた社会的共通資本（social overhead capital）の概念である。これは、道路、鉄道、港湾、上下水道、電力などのように、多数の産業が共通に利用するような資本ストックあるいは財・サービスである。生産活動の維持のためにはこの意味の社会資本が整備されていることが不可欠であることは当然である。

社会資本に関する第二の考え方は、経済学で定義されているところの公共財であるとするものである。経済学における公共財は、多数の人々が同時に消費できるという「共同消費性」と、料金を支払わないからといって排除できないという「非排除性」をもつ財・サービスである。この定義をみたと公共財については、利用者から料金を徴収することが原理上不可能であるので、民間企業による供給は不可能であり、徴税権をもつ政府によって供給されなければならない。しかし、実際の社会資本には純粋な意味の公共財はほとんど存在せず、高速道路や上下水道などのように料金の徴収が可能なものがほとんどである。また、共同消費性も小さくなく、利用者が増加すると混雑現象が発生する。たとえば、道路については交通量が少ないときには利用者の増加は他の利用者の交通を妨げないが、ある程度以上に交通量が増加すると交通渋滞をまきおこし他の利用者に対して外部不経済を及ぼすようになる。このような混雑現象は、交通社会資本に限られるものではなく、下水や公園などについても発生する。

第三の定義は、理由の如何を問わず、公共主体によって整備される資本ストックを社会資本と呼ぶものである。当然のことながら、この定義は便宜的なものに過ぎず、なぜ公共部門が供給すべきなのかを議論する必要が出てくる。また、病院や都市鉄道などのように、公共部門と民間部門の供給者が共存している例については、公共部門の供給するものだけを社会資本と呼ぶことには抵抗がある。

赤字国債の発行には厳しい制限が設けられているが、公共投資をまかなうための建設国債の発行についての制限は強くない。これは、社会資本ストックは耐久性が大きく、整備されてから非常に長期間にわたって便益をもたらすので、その建設資金を借り入れによってまかない、将来の国民の税負担で償還していくことに問題はないとされているからである。「新社会資本」の概念が提唱されたのは、公共投資の枠の中に位置づけられれば、建設国債の発行が認められるので、予算上優遇されるように

なるからである．新社会資本の定義は社会資本の定義に輪をかけて曖昧であるが，情報通信基盤や医療福祉施設などのこれまでは公共事業として位置づけられていなかった社会資本ストックを指すものとされており，具体的には，大学の施設の改修，情報通信施設の設置，公立学校の情報教育施設の充実などがあげられることが多い．

都市における社会資本は多種多様であり，それぞれの公共財的性格（集合消費性と非排除性）の強さは異なっている．また，供給主体についても民間企業であったり，公共部門であったりする．たとえば，都市鉄道は，民間の鉄道会社が運営している例もあるし，地方自治体や公企業が運営している例もある．都市における社会資本の共通の特徴のほとんど唯一のものは，その便益の及ぶ範囲が地域的に限定されていることである．つまり，社会資本の便益の主たる享受者は，その地域の住民や企業であり，他地域の住民や企業はほとんど便益を受けない．

都市における社会資本が地域限定性をもっていることの帰結の一つは，社会資本の利用者は「足による投票」ができることである．住民も企業も，社会資本の整備水準が高くて地方税の負担が低い地域に移動していく傾向がある．高速道路や港湾の整備が工場の新規立地をもたらすことはこの典型例である．本稿では，「足による投票」の存在に注目して，都市における社会資本の様々な側面を分析する．

2 地域間人口移動

まず，2つの地域の間的人口移動を簡単な図を用いて考えてみよう¹．2つの地域をA地域とB地域と呼ぶ．たとえば，A地域が過疎地域でB地域が過密地域であると解釈できる．2つの地域の人口の合計は \bar{N} で固定しており，A地域の人口を N とする．B地域の人口はこれらの差の $\bar{N} - N$ となる．

各住民は，それぞれの地域に住んだときにどれだけの所得が得られるか，各地域の社会資本の整備水準はどうか，自然的・文化的条件からどの程度のアメニティーが得られるかなどを総合的に判断して，どの地域に住むかを決定する．たとえば，第二次大戦後から70年代までは大量の人口が三大都市圏に流入し，東京圏，大阪圏，名古屋圏の都市人口が増大したが，これは大都市圏と地方部の間に大きな所得格差が存在したからである．実質所得の格差が縮小した70年代半ば以降の人口移動はそれ以前ほどは大きくない．

A地域の人口が N でB地域の人口が $\bar{N} - N$ の時には，A地域とB地域の効用水準がそれぞれ $v_A(N)$ と $v_B(N)$ であるとする．人口があまりに少ないときには，集積の経済が得られないので効用水準は低く，逆に人口があまりに多くなると過密の弊害が発生して効用水準が下がる．したがって，効用水準と地域人口の関係は，下の図-1のように山形をしているものと想定できるだろう．

図-1では，A地域の人口を左端からの距離で表し，B地域の人口を右端からの距離で表している．人口は効用の低い地域から高い地域へ移動する．たとえば，A地域の人口が N' のときには，住民がB地域からA地域へ移動し，A地域の人口が増加する．この人口移動は $v_A(N)$ と $v_B(N)$ の両曲線が交わる N^* まで続くことになる．逆に， N^* の右側では，A地域からB地域に人口が流出する．このことは

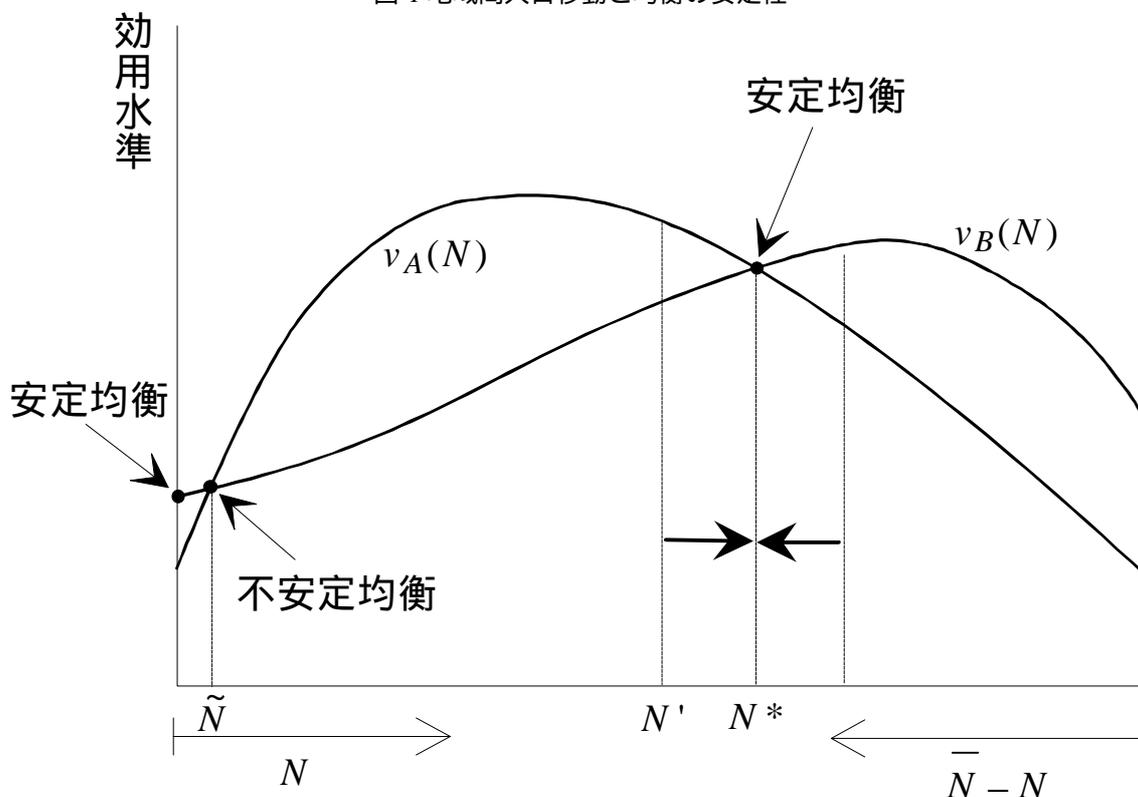
¹ 地域数が2つ以上の場合への拡張は難しくない。

N^* が安定的な均衡であることを意味している．なんらかの攪乱によってこの点から離れても，再び戻ってくるような力が働くからである．

図-1では，均衡点は N^* に加えて， $N=0, \tilde{N}$ の2つの均衡が存在する．これらの均衡のうちで安定的なのは， $N=0, N^*$ の2つであり， $N=\tilde{N}$ は不安定である．A地域の人口が \tilde{N} より少ないときには，人口はさらに減り続け，最終的にはゼロになってしまう．ところが，何らかの理由でA地域の人口が \tilde{N} を超えると，人口は増加を始め， N^* の均衡が達成される．

一般に，2つの効用曲線の交点の均衡が安定的であるためには， $v_A(N)$ の傾きが $v_B(N)$ の傾きより小さくなければならない．逆に，交点での $v_A(N)$ の傾きが $v_B(N)$ の傾きより大きい場合には，均衡は不安定になる．

図-1 地域間人口移動と均衡の安定性



N^* では両方の地域で集積の不経済性が発生しており，人口が効用を最大にする水準より多い．この場合には均衡は安定的である．これに対して， \tilde{N} では，B地域で集積の不経済が発生しているが，A地域では集積の経済が存在している．このような場合には，集積の経済性と不経済性の程度によって，不安定になることがある．また，図-2のように，両地域とも集積の経済性が存在している場合には不安定になる．

図-2では，すべての住民がどちらかの地域に集中してしまうのが安定均衡になる．しかし，これらの安定均衡と不安定な N^* の均衡を比較すると，不安定な均衡の方が住民の効用水準が高い．したがって，住民は N^* の均衡の方を望むにもかかわらず，この均衡を維持することは困難である．

図-2 規模の経済性と不安定均衡

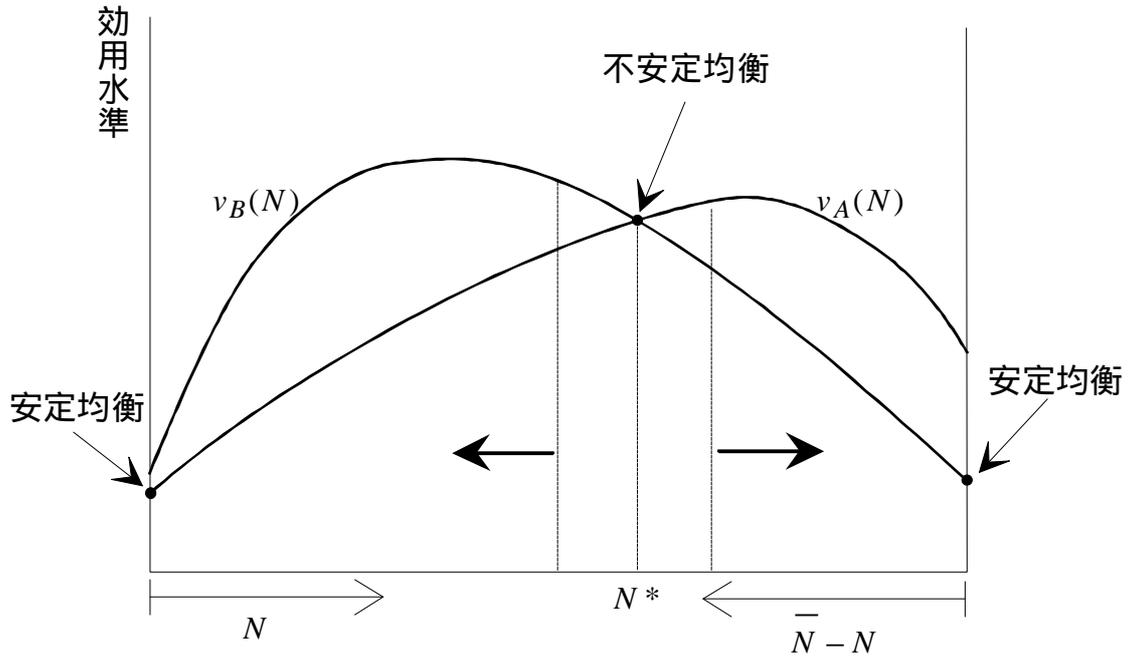
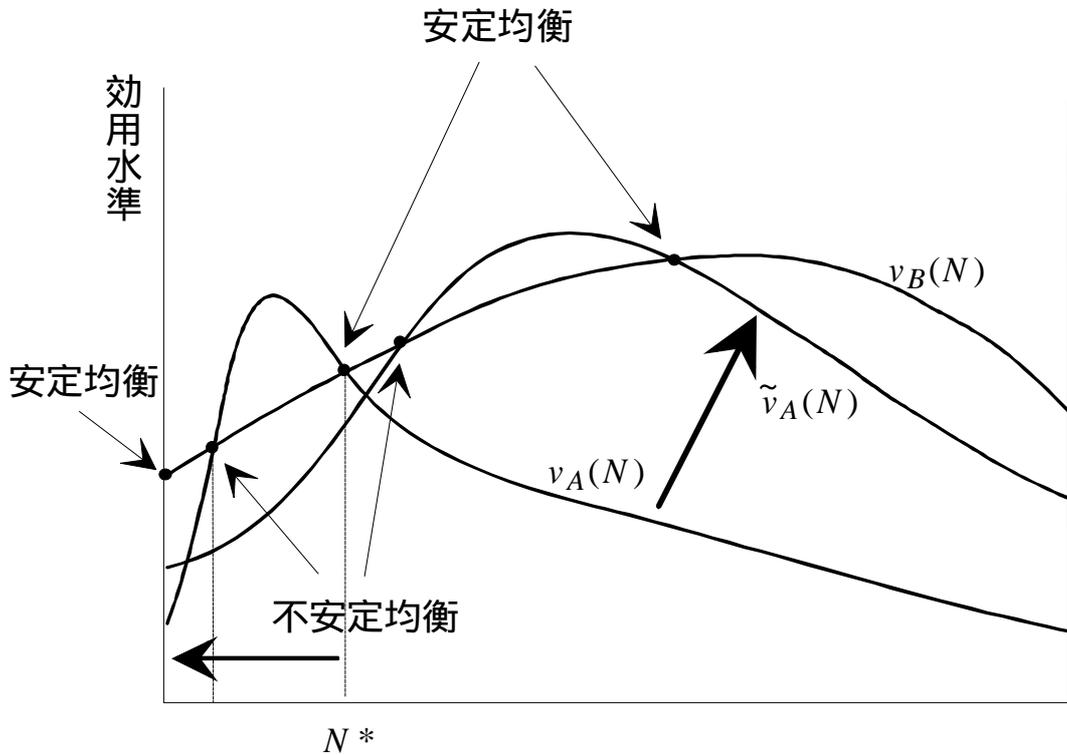


図-3 不安定均衡と過疎化



都市の集積の経済の程度は時代とともに変化している。たとえば、製造業の割合が大きかった時期には、労働者の多くは工場に働いており、集積の経済は大きくなかった。ところが、いわゆるソフト化・サービス化が進出し、3次産業の比率が大きくなると、大都市の集積の経済が大きくなってきた。

このような集積の経済の変化は企業城下町として栄えてきた中小都市の急激な没落を招く可能性がある。

地域間補助の目的として通常あげられるのは、地域間の不公平を是正するというものである。その際の不公平の原因としては、住民の所得分布が異なることによって住民税の税収が異なることや、企業立地パターンが異なることによって法人住民税の税収が異なること、規模の経済性や自然的条件によって公共サービスの供給費用が異なることがあげられる。

図-3はこのような可能性を图示している。A地域の効用曲線が $v_A(N)$ のときの安定均衡は N^* である。これが企業城下町としての都市の効用曲線を表しているとしよう。事務所や第3次産業の集積による都市はこれより規模の経済性が大きくて、 $\tilde{v}_A(N)$ の曲線で表されるとする。ここで、製造業の合理化によって工場が発展途上国に移転してしまったケースを考えると、企業城下町としては存続できなくなり、 $v_A(N)$ 曲線は当てはまらなくなる。都市として生き残るためには集積の経済を生かした $\tilde{v}_A(N)$ 曲線にシフトしなければならない。ところが、この新しい曲線のもとでは現在の人口 N^* は不安定均衡の左側にきてしまい、人口が減少して、急激な過疎化が進むことになる。

3 地域間補助の目的：公平性か効率性か？

社会資本の供給は前節で見た地域間人口移動に大きな影響を及ぼす。たとえば、東北高速道路と東北新幹線の建設は北関東への企業立地を引き起こした。また、大規模な国際空港が成田空港だけで、関西圏での国際空港整備が遅れたことは、東京への人口集中をもたらした一つの要因である。わが国の社会資本投資で特徴的なのは、地方部での社会資本投資をまかなうために大都市圏から地方圏への大規模な税収の移転が行われてきたことである。この節ではまず地域間補助の目的は何であるのかを考える。

公平性の見地からの地域間補助の正当化としては以下のような議論が行われる。まず、地方政府間に税収や公共サービスの供給費用の面で相違が存在すると、公共サービスの供給水準や費用負担に地域間格差が発生する。これは水平的平等にもとる。つまり、全く同じ能力をもつ人間が、どの地域に属するかによって異なった水準のサービスを受けたり、異なった額の地方税を払わされたりする。また、ある地域に低所得層が多いときには、垂直的平等の見地から一般補助金をその地域に与えるべきである。

こういった平等の見地からの地域間補助の正当化の議論は一見もっともらしく見えるが、よく考えると説得的でない。

第一に、国の間での人口移動は厳しく規制されているが、地域間の人口移動は自由である。したがって、生活水準に地域格差が存在すれば、生活水準の低い地域から高い地域への人口移動が発生し、長期的には、同程度の能力と資産をもつ人はどの地域に住んでも同程度の満足を得れるようになるはずである。70年代まで、地方圏から3大都市圏への大規模の人口移動が発生したのは、大きな所得水準の格差が存在したからである。所得格差が小さくなった70年代以降の人口移動はそれ以前に比べて大きく減少した。このことから分かるように、地域間格差は人口移動をもたらし、それが地域間格差を解消していくというメカニズムが存在する。

もちろん短期的には地域間移動は困難であり、所得格差が存在しても即座に引っ越しするわけにはいかない。したがって、短期的な政策としての地域間補助は考えられないわけではない。しかし、このような短期的な政策は長期的なトレンドの変更をもたらすべきものではなく、あくまでも短期的な調整過程における苦痛を和らげるためにのみ使われるべきである。

短期的な政策としても、平等の見地からの地域間補助には大きな問題があることが指摘されている²。それは、各地域に豊かな人々と貧しい人々が存在しており、地域全体に対して与えられる補助金では個人間の公平性が確保できないからである。個人間の平等の確保のためには全国的な累進所得税制を用いるべきであり、地域間補助金での対応は望ましくない。Oates (1972) は以下の表-1の例を用いてこの点を解説している。

表-1 公平性のための補助金

個人	地域	実際の所得	望ましい所得	個人間補助	地域間補助
1	A	100	90	-10	-20
2	A	60	65	+5	-20
3	B	80	75	-5	+20
4	B	40	50	+10	+20

この例では、A地域とB地域に住む4人の人々の所得が設定されており、望ましい所得分配を達成するためには、個人1から10と個人3から5の税金を取り、個人2に5と個人4に10だけの補助金を与えなければならない。このような個人間の所得分配の代わりに、平均所得の高いA地域からB地域への地域間補助金を用いて両地域で平均所得を同じにすると、A地域からB地域は40だけの補助金を与えなければならない。この補助金をB地域の住民が平等に負担し、A地域の住民が平等に受け取ると、A地域で相対的に貧しい個人2は所得が60から40に低下し、B地域で豊かな個人3は所得が80から100に増加する。このように、豊かな地域の貧しい人々から貧しい地域の豊かな人々への所得再分配が発生することがある。また、そうならないまでも、豊かな地域の貧しい人々が貧しい地域の貧しい人々に比べて冷遇され、A地域の個人2は所得が60から40に低下したのに対して、B地域の個人4は所得が40から60に上昇することになる。

また、わが国での地域間補助は公共事業を地方部に優先的に配分するという形で行われることが多い。公共工事を通じる地域間再分配がわが国で多用される一つの理由は、公共事業の受注業者が政治資金の大きな供給源になっていることである。これは、都市圏の住民の負担で地方部の相対的に豊かな建設業者や政治家に補助を与えているという望ましくない所得再分配を発生させている。また、公共投資の配分が再分配政策を主眼に決定されるので、社会的便益が投資費用に比較して著しく小さいプロジェクトが採択されるようになるといった欠点も持っている。

² Buchanan (1950), Oates (1972) の第3章, 及び米原(1977)の第10章を参照されたい。

公平の見地からの地域間補助は以上のような問題点をもっており、地域間補助を考える際には公平性よりも効率性を見地を重視する方が望ましい。効率性を見地からの一般補助金に関しては、ScottとBuchananの間の論争がある。Scott(1950, 1964)は、自由な人口移動にまかせるのが効率的であり、公共サービスの供給費用の高いところや自然的条件の悪いところからは移出するのが望ましいと主張した。これに対して、Buchanan(1952)は、地方公共財が存在するときには個人の移住は外部経済を発生させるので、自由な人口移動は非効率な人口配分をもたらすと主張した。彼の議論は、新しく住民が入ってくると税金の負担者が多くなるので既存の住民の税率が下がることになり、既存の住民に外部経済を与えるというものである。

以下では、混雑現象が存在する社会資本のモデルを用いて地域間補助を分析し、効率性を見地からの地域間補助がどのような条件を満たしていなければならないかを調べる。

4 社会資本の供給と地域間補助

簡単化のために、生活関連の社会資本だけを考え、社会資本サービスは消費者の効用を高めるとする。混雑の発生を考慮に入れるために、社会資本サービスは社会資本ストックに加えて地域住民の数にも依存するとする。つまり、社会資本サービス x は社会資本ストック K と住民数 N の関数として、 $x = g(K, N)$ の形に表すことができる。ここで、 $g(K, N)$ は K が増加すれば大きくなり、 N が増加すれば小さくなる。

$$g_K(K, N) \equiv \partial g(K, N) / \partial K > 0$$

$$g_N(K, N) \equiv \partial g(K, N) / \partial N \leq 0$$

もし混雑が存在しなければ、 $x = g(K)$ となり、Flatters, et. al. (1974) などが分析した純粋地方公共財になる。また、 $x = K/N$ となる特殊ケースは、社会資本が純粋私的財である場合と解釈できる。

消費者はすべて同質であるとする。この同質性の仮定には、消費者の能力、資産保有、及び嗜好が同じであることが含まれる。効用関数は消費財と社会資本サービスの関数として $U(c, x)$ の形に書けるとする。ここで、 c は社会資本以外のすべての消費財を一つにまとめた合成財である。

各地域の生産は土地と労働を用いて行われる。各地域の土地の量は \bar{L} で固定されており、労働の投入量は住民数 N と同じであるとする。生産量は $Y = F(N, \bar{L})$ で表される。生産物は消費者によって消費される合成消費財であり、その価格を 1 と基準化する。

住民の賃金所得は労働の限界生産性の価値に等しく、 $w = F_N(N, \bar{L})$ であるとする。ここで、添字の N は偏微分を表す。住民の所得は、この賃金所得に土地などからもたらされる資産所得 s を加えたものから、社会資本投資などをまかなうための税金 t を差し引いたものになる。住民の所得はすべてそのまま消費に回されて $c = w + s - t$ となるので、効用水準は $U(w + s - t, x)$ となる。

すべての住民が同質であるという仮定から、資産所得 s もすべての住民にとって等しくなければならない。この仮定は、各住民が両地域の土地と企業を均等に所有していることと同値である³。

³ もし効用関数が擬線形で、 $c + U(x)$ の形にかける場合には、資産所有が均等でなくても同じ結果が得られる。

社会資本ストック K がそのまま社会資本の供給コストを表すとする。住民が均等に社会資本コストを負担すれば、税金は $t = K / N$ となる。以下では、地域間の補助金を導入するので、各地域の税額はその地域での社会資本コストの負担分とは必ずしも等しくならない。A 地域から B 地域への補助金額を S とおく。(B 地域から A 地域に補助金を出す場合には、 S が負になる。) この補助金は A 地域の人々の支払う税金からまかなわれるので、A 地域の各住民が支払わなければならない税金 t_A は

$$t_A = (K_A + S) / N$$

となる。B 地域の住民の支払う税金は A 地域からの補助金分だけ少なくなり、

$$t_B = (K_B - S) / (\bar{N} - N)$$

となる。

両地域の住民の税引後の所得 (= 消費) は

$$c_A = w_A + s - t_A = F_N(N, \bar{L}) + s(N) - \frac{K_A + S}{N} \quad (1)$$

$$c_B = w_B + s - t_B = F_N(\bar{N} - N, \bar{L}) + s(N) - \frac{K_B - S}{N} \quad (2)$$

となる。ここで、添字 A, B はそれぞれ A 地域と B 地域を表し、資産所得 $s(N)$ は

$$s(N) = \frac{1}{N} \{F(N, \bar{L}) - NF_N(N, \bar{L}) + F(\bar{N} - N, \bar{L}) - (\bar{N} - N)F_N(\bar{N} - N, \bar{L})\} \quad (3)$$

$$s'(N) = \frac{1}{N} \{-NF_{NN}(N, \bar{L}) + (\bar{N} - N)F_{NN}(\bar{N} - N, \bar{L})\} \quad (4)$$

をみたく。(1)式と(2)式を効用関数に代入すると、両地域の効用水準を地域 A の人口 N と A 地域から B 地域への補助金 S の関数として、

$$v_A(S, N) = U(F_N(N, \bar{L}) + s(N) - \frac{K_A + S}{N}, g(K_A, N)) \quad (5)$$

$$v_B(S, N) = U(F_N(\bar{N} - N, \bar{L}) + s(N) - \frac{K_B - S}{\bar{N} - N}, g(K_B, \bar{N} - N)) \quad (6)$$

と書くことができる。

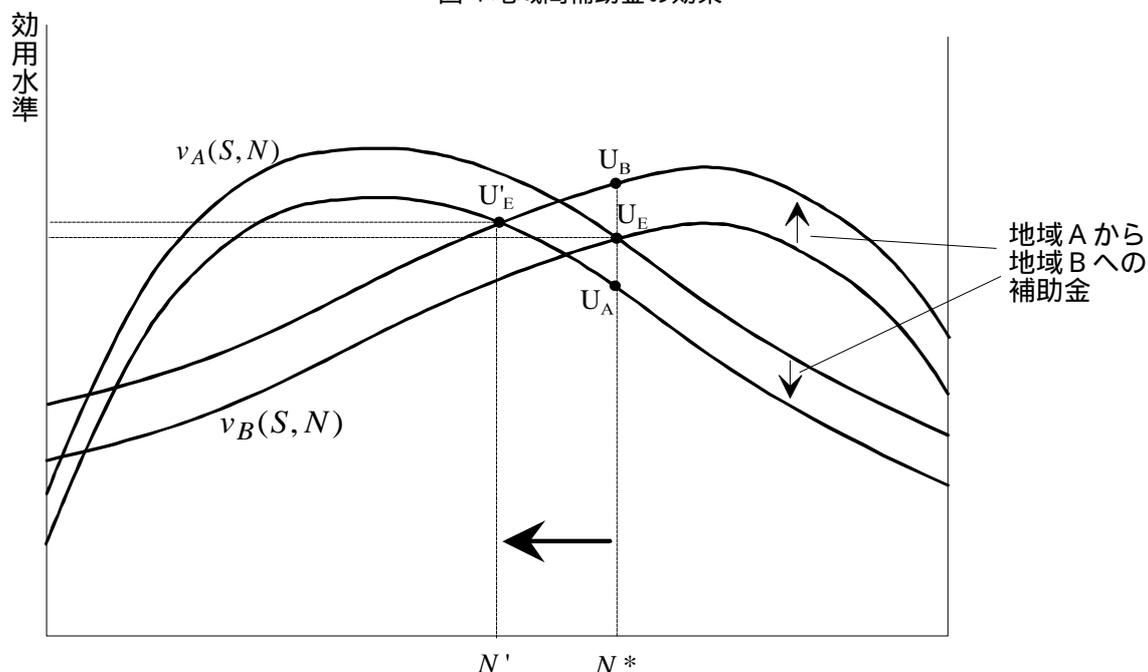
地域間補助金の効果

まず、地域間補助の効果を考えてみよう。地域間の補助金は、補助金を出した地域の実質所得を減少させ、受け取った地域の実質所得を増加させる。したがって、補助金の最初の効果は、補助金の出し手側の効用水準を下げ、受け手側の効用水準を上げることである。たとえば、下の図-4で N^* の均衡点から出発して、A 地域から B 地域への補助金を増加させたケースを考えると、A 地域の効用曲線は下にシフトし、B 地域の効用曲線は上にシフトする。もし地域間の移動費用が高ければ、人口はそのまま、A 地域の効用水準は U_E から U_A に下がり、B 地域の効用水準は U_B に上がることになる。

ところが、移動費用が小さければ、効用の高い地域への移動が発生するので、A 地域の人口が減少し、B 地域の人口が増加する。移動費用がゼロの場合には、両地域の効用水準が等しくなるまで人口移動が続くので、A 地域の人口は N' に減少し、両地域の効用水準は U_E になる。このことの帰結の一つは、移動費用が小さい場合の地域間補助金は、地域間の所得再分配や地域間の公平の問題として捉

えることはできないことである。両地域の生活水準は人口移動によって均等化されるので、地域間補助金が存在してもしなくても地域間の公平は達成されるからである。もちろん、実際には中高年齢層にとって地域間の移動費用は馬鹿にならない。しかし、長期的に考えれば、地域間の生活水準の格差は人口移動によって解消される。

図-4 地域間補助金の効果



移動費用が小さい場合には、地域間補助金は公平性の見地ではなく効率性の見地から考える必要がある。つまり、A地域からB地域への補助金によって両地域の効用水準は U_E から U'_E に変化するが、この変化が効用水準を上昇させるのか下降させるのかを考える必要がある。もし補助金が効用水準を上げる効果をもつならば、地域間補助金を効率性見地から正当化することができる。

地域間の補助金が均衡効用水準を上げるかどうかの分析はこの章の付録で行っている。以下のように考えれば、そこでの結論を直観的に理解することができる。

補助金は地域間の人口配分を変化させるので、人口の配分が最適になるのはどういう場合かを考えればよい。人口の最適配分のためには、A地域の住民が一人増加したときの社会的な便益がB地域のそれと等しくならなければならない。A地域の住民が一人増加すると、生産は F_N だけ増加するが、その住民は c_A だけの消費を行い、さらに、社会資本サービスの混雑を悪化させる。混雑の社会的費用は以下のようにして求められる。住民が一人増加するとA地域の各住民が享受する社会資本サービスは $g_N(K, N)$ だけ減少する。このサービスの悪化を貨幣換算するには社会資本サービスと消費財との間の限界代替率 U_x/U_c をかければよいので、 $(U_x/U_c)g_N$ が各住民が被る社会資本サービスの低下の費用である。このサービス低下はすべての住民が被るので、これに住民数 N をかけたものが混雑悪化の社会的費用

$$\tau_A = -N \frac{U_x(c_A, x_A)}{U_c(c_A, x_A)} g_N(K, N) \quad (7)$$

になる。B地域での混雑の社会的限界費用 τ_B も全く同様に求めることができる。当然のことながら、混雑の発生しない純粋地方公共財の場合には $g_N = 0$ となり、混雑の社会的限界費用はゼロである。

以上をまとめると、A地域の住民が一人増加することの社会的な便益は

$$F_N(N, \bar{L}) - c_A - \tau_A = t_A - s - \tau_A \quad (8)$$

となる。同様に、B地域の住民が一人増加することの社会的な便益は

$$F_N(\bar{N} - N, \bar{L}) - c_B - \tau_B = t_B - s - \tau_B \quad (9)$$

となり、これらが等しくなるためには $t_A - \tau_A = t_B - \tau_B$ が成立しなければならない。したがって、 $t_A - \tau_A = t$ と置くと、 $t_A = t + \tau_A$ と $t_B = t + \tau_B$ が成り立つ。

最適な地域間補助金：最適な地域間補助金のもとでの住民の税負担は、地域によって異なりうる最適混雑税に両地域で等しい住民税を加えたものになる。

最適混雑税が地域間で異なっていれば住民の税負担はA地域とB地域で異なるが、混雑税分を上回る部分の税負担は両地域で等しくならなければならない。最適な地域間補助金はこの条件が満たされるように決定されることになる。

この条件は両地域の社会資本の供給水準にかかわらず必ず成立する。たとえば、A地域で1人あたりの社会資本の供給量が大きく、B地域で供給量が少ない場合を考えてみよう。この場合には、A地域の方がB地域より混雑が軽微で混雑税は低い。また、A地域では1人あたりの社会資本費用が高いが、混雑税を上回る部分の住民税はB地域と同じになる。したがって、A地域の社会資本費用の一部をB地域の住民が負担することになる。つまり、社会資本の供給量の大きいA地域での税負担がB地域より低く、社会資本の供給量の小さい地域の住民が社会資本の供給量の大きい地域の住民に補助を与えるという逆説的な結果になる。

ただし、この結果は社会資本の供給量の大きい地域の住民が恵まれていることを意味するわけではないことに注意が必要である。社会資本供給と税負担の両面で恵まれているA地域では人口が多くなって賃金水準が低くなり、効用水準は両地域で等しくなる。

また、上の結果は地域間で生産性が異なっても（つまり、生産関数 $F(K, \bar{L})$ が地域間で異なっても）成り立つ。したがって、このモデルでは、日本におけるような生産性の高い地域から低い地域への補助金を正当化することはできない。

社会資本の最適供給

次に、各地域において社会資本の供給水準を最適化するには、どのような条件が成立していなければならないかを見てみよう。この問題の数学的な分析は付録で行っており、ここではその結果の直観的な意味だけを解説しておく。

社会資本投資を最適にするためには、社会資本を限界的に増加させることの便益がその費用に等しくなるようにすればよい。社会資本を1単位増加させると、各住民が享受できる社会資本サービスは

$g_K(K, N)$ であり、この便益を貨幣単位で表すと、 $(U_x / U_c)g_K$ となる。さらに、社会資本サービスは地域住民のすべてが享受するので、これに住民数をかけたものが社会的限界便益になる。したがって、A地域の社会資本投資の限界便益は $MB_K = N(U_x^A / U_c^A)g_K^A$ となる。社会資本を1単位増加させることのコストは $MC_K = 1$ であるので、最適な社会資本投資の条件 $MB_K = MC_K$ は

$$N \frac{U_x^A}{U_c^A} g_K^A = 1 \quad (10)$$

となる。

また、付録で導いているように、混雑税収と社会資本コストとの間には密接な関係がある。つまり、社会資本サービスの供給において規模の経済一定が成立している（つまり、社会資本 K と住民数 N を同じ比率で増加させたときには、各住民の受ける社会資本サービス $g(K, N)$ は変化しない）場合には、最適な社会資本投資を行ったときの投資費用は最適な混雑税の税収に等しくなる。もし社会資本サービスの供給において規模の経済性が存在するときには、混雑税からの収入は社会資本の供給コストを下回る。逆に、規模の不経済が発生している場合には、混雑税収が社会資本の供給コストを上回る。

5 コミュニティーの最適規模

次に、これまで用いた枠組みの中でコミュニティの最適規模を考えてみよう。アメリカでは、オレゴン州などのように成長管理政策の名のもとに人口増加を抑制するような政策を採った例がかなりの数存在する。わが国でも八王子市などは同様な政策目標を掲げている。このような政策が地域住民にとって有益なものであるのかどうかがこの問題である。

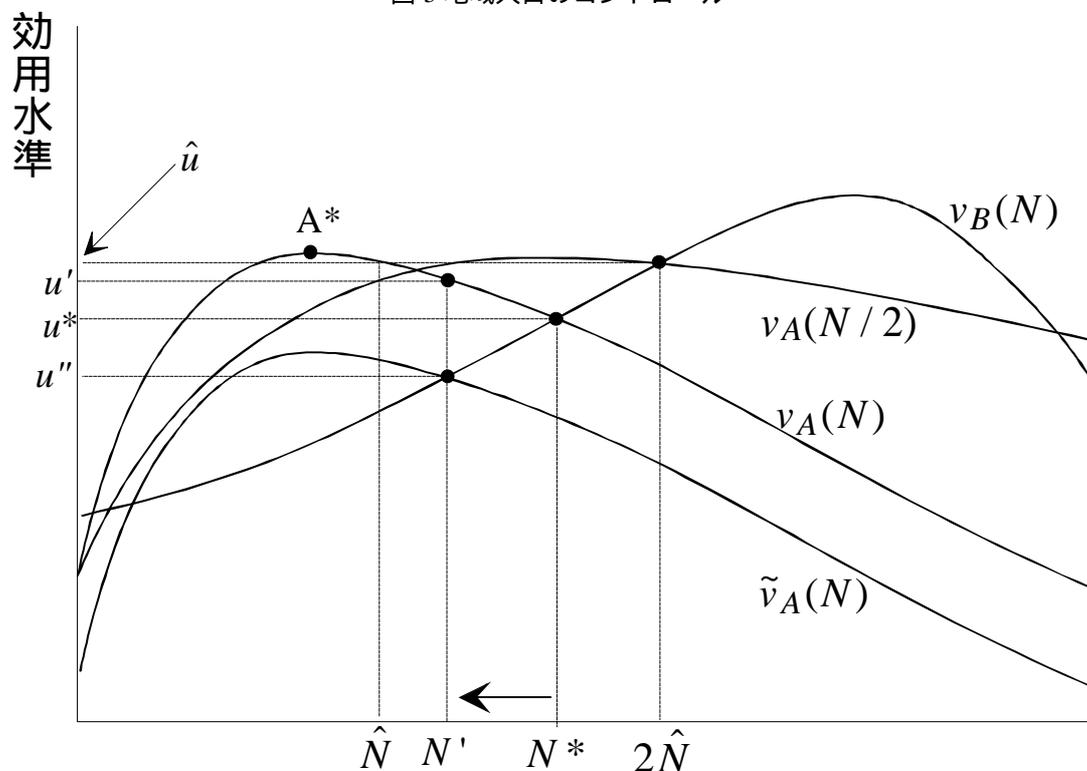
下の図-5で人口移動を自由にしておくとA地域の人口は N^* になる。ところが、もしA地域の人口を自由にコントロールできれば、A地域の効用水準を A^* 点まで上げることができる。したがって、A地域の住民は人口の流入を阻止するような政策を採用するインセンティブをもつ。2節で見たように、安定的な均衡では都市規模の不経済性が存在するケースが多いので、たいてい場合には図-5のような状況になり、人口流入を抑制することによって住民の効用を上げることができる。

地域の人口抑制政策は、そのためにどのような政策手段が用いられるかによって、効果が大きく異なる。第一に、八田(1992)が議論している労働許可証や新規流入人口だけへの課税は、A地域とB地域の間の効用ギャップを発生させることによってA地域の人口を抑制しようとするものである。たとえば、A地域の人口を N' に制限し、それ以上の流入を認めないと、A地域に住むことができた人々の効用水準は u' になり、B地域の住民の効用は u'' になる。したがって、A地域の既存の住民はB地域の住民の犠牲によって高い生活水準を享受することになる。新規流入人口への課税も同様な効果を持ち、 u' と u'' の差に相当する課税を行えば、A地域の人口を N' にすることができる。

人口抑制策の第二のタイプとしては、地域への住民や企業の流入は自由にしておくと、土地利用規制などによって人口流入のインセンティブを減少させることがあげられる。たとえば、企業の事務所の土地利用規制を厳しくして、企業にとっての立地コストを人為的に上げることによって地域人口を抑制しようとするのが考えられる。わが国でも、都市計画家の一部によってこの種の政策が提唱さ

れている．彼らの議論は，東京の一極集中を解消するためには，都心の事務所の立地規制を行うことが必要であるというものである．

図-5 地域人口のコントロール



移動は自由にしておくと，A地域での立地コストを上げることによって人口抑制を図る方策は，図-5の $v_A(N)$ の曲線を下に押し下げるものにならざるを得ない．もしこの曲線を $\tilde{v}_A(N)$ まで下げることができれば，A地域の人口を N' まで減少させることができる．ところが，このような政策はA地域の住民の効用水準を u^* から u'' に下げることになり，A地域の住民にとって利益になるものではない．

A地域の人口を減少させるもう一つの方法は，A地域と同様な条件をもつ地域をもう一つ作り，地域数を増加させることである．たとえば，東京に集中している中枢管理機能をもう一つの都市に譲り渡すことができれば，東京の人口は減少する．図-5の $v_A(N/2)$ の曲線は，A地域と同じ条件をもつ地域をもう一つ作ったときに，これらの2つの地域の人口の合計と効用水準の関係を表している．2地域の人口が等しくそれらの合計が N のときには1地域の人口は $N/2$ であるので，効用水準は $v_A(N/2)$ で与えられる．この場合の均衡では，両地域の人口の和は図の $2\hat{N}$ になり，1地域の人口はその半分の \hat{N} になる．効用水準は \hat{u} で前に比べて高くなる．

もし地域数を連続的に変化させることができれば，図の A^* の効用水準を達成することができる．実際には地域数は整数でなければならないので，このような点は達成できない．しかし，同様な条件をもった地域数が十分に多い場合には，この点に近い効用水準を達成できる．地域数が最適になるためにはどのような条件が成立していなければならないかを導いているのが，ヘンリー・ジョージ定理である．

ヘンリー・ジョージ定理の最も簡単なバージョンは、すべての地域が全く同じ条件をもっている場合に地域数を最適化するとどうなるかを考える。この場合には、各住民の資産所得は

$$s = \frac{F(N, \bar{L}) - NF_N(N, \bar{L})}{N} \quad (11)$$

であるので、住民の効用水準は

$$U\left(\frac{F(N, \bar{L}) - K}{N}, g(K, N)\right) \quad (12)$$

となる。地域数に関して最適化することは各地域の人口を最適にすることと一致するので、これが最大になるような地域人口 N を求めればよい。この問題の1階の条件から

$$K - \tau N = F(N, \bar{L}) - NF_N(N, \bar{L}) \quad (13)$$

が得られる。ここで、 τ は前節の(7)式で定義した混雑悪化の社会的費用であり、労働市場が競争的であれば賃金は $w = F_N$ をみたく、上式の右辺は土地や企業の株式から発生する資産所得に等しく、通常は負になることはない。したがって、最適な混雑税を課したとしても、その収入では社会資本の供給費用 K をまかなうことはできない。

生産が労働と土地だけで行われ、生産関数が一次同次性をみたしているとき、 $F(N, \bar{L}) = NF_N + \bar{L}F_L$ となる。ここで、土地市場が競争的であれば、地代は土地の限界生産性の価値 F_L に等しくなるので、以下のヘンリー・ジョージ定理が得られる⁴。

ヘンリー・ジョージ定理：社会資本の利用に対して最適な混雑税が課税されている場合には、社会資本の供給費用が混雑税収と地域内の地代の総額に等しくなるときに地域数が最適になる。

地域人口の決定に関して集積の経済が働いているとき、集積の経済に対するピグー補助金を考慮に入れてヘンリー・ジョージ定理を拡張する必要がある。集積の経済が存在する場合のヘンリー・ジョージ定理については金本(1994)を参照されたい。

6 資本還元仮説：開発利益の帰着

社会資本投資の便益は社会資本の利用者ではなく地代（あるいは地価）に帰着するという議論がしばしばなされてきた。この主張の理論的根拠はキャピタリゼーション（資本還元）仮説と呼ばれているものである。本節では、資本還元仮説が成立するためにはどういう条件がみたされていなければならないかを検討する。前節のヘンリー・ジョージ定理が社会資本の総費用と総地代の関係を扱っていたのに対して、資本還元仮説は社会資本を少し増加させたときの地代の限界的な上昇を考えている点が異なっている。

社会資本の供給の増加は、まず最初に直接の利用者に便益をもたらす。次に、利用者の行動を変化させ、利用者が需要したり供給したりする他の商品の市場に変化をもたらす。純粋公共財の場合にはこの二次的な効果の方向は明らかでない。ところが、社会資本の便益の及ぶ範囲が空間的に限定され

⁴ ヘンリー・ジョージ定理の名称は Arnott and Stiglitz (1979) による。この定理は、Flatters, et. al. (1974) による Golden Rule と同値である。金本(1992)は、都市鉄道を例にとってヘンリー・ジョージ定理と後出のデベロッパ定理を解説している。

ていて地方公共財の性格をもっている場合には、特殊なメカニズムが存在する。社会資本の供給の増加はその地域をもっと魅力的にし、新しい住民の移住を招く。そうすると、住宅地の需要が増加し住宅地代（あるいは地価）の上昇が起きる。また、住民にとってのアメニティーが高まると、企業は以前より安い賃金で労働者を雇えるようになるので土地の生産性が上昇する。さらに、企業の生産性を高めるような生産関連の社会資本は、企業の新規立地をもたらし、企業による用地需要を増大させる。これらの3つの経路から、社会資本の供給の増加は地価の上昇を引き起こし、社会資本の便益のかなりの部分は土地所有者に帰着する。

以下では、社会資本の限界便益がすべて地価に帰着するのはどういう場合であるのかを考える。地代に完全に帰着するための主要な仮定は以下の5つである。⁵

開放地域（openness）：地域間の移住が自由で費用がかからない。

小地域（smallness）：社会資本の便益の及ぶ地域が他地域全体と比較して小さい。

同質性（homogeneity）：同じタイプの消費者が多数存在する。

自由参入（free entry）：企業の参入が自由で、超過利潤ゼロの長期均衡が成立している。

歪みのない価格体系（no price distortion）：価格体系（社会資本の料金を含む）に歪みが存在しないファースト・ベストの経済である。

これらの仮定の果している役割は以下の議論から理解できる。社会資本の便益は誰かに帰着しなければならない。まず、地域住民について考えると、開放地域、小地域、同質性の3つの仮定から、彼らが便益を受けることはありえない。もし効用水準が上昇すれば、他の地域からの人口流入が起こり、開放地域の仮定から他地域と同じ効用になるまで人口流入が続く。ところが、小地域と同質性の仮定から、一つの地域における変化は他地域全体には無視しうるほど小さい影響しかもたらさないで、他地域の効用水準は上昇しない。したがって、小地域における社会資本の供給の増加はその地域の住民の効用水準を変化させず、社会資本の便益は住民には帰着しない。自由参入の仮定から企業の（超過）利潤はゼロであり、企業も社会資本の供給の変化から便益を受けない。また、歪みのない価格体系を仮定しているので、資源配分の歪みによる厚生損失（死重損失）はゼロであり、変化しない。したがって、社会資本の便益が帰着しうる唯一の場所は地代である。

我々の用いている枠組みでは、キャピタリゼーション仮説は以下のようにして導くことができる。まず、小開放地域の仮定から、一つの地域の住民にとっては資産所得 s と効用水準 u が所与となる。したがって、これらの水準を \bar{s} 、 \bar{u} と書くと、

$$U(F_N(N, \bar{L}) + \bar{s} - t, g(K, N)) = \bar{u} \quad (14)$$

が成り立たなければならない。

ここで、社会資本投資を限界的に増加させることの効果を考える。社会資本投資は人口の流入を招くので住民数 N を変化させる。また、社会資本投資のために住民税の税率を変化させることが考えられるので t も変化しうる。これらを考慮に入ると、(14)式から社会資本投資の効果は、

⁵ 金本（1983）は混雑現象がないケースについてのキャピタリゼーション仮説を解説している。

$$[U_c F_{NN} + U_x g_N] \frac{dN}{dK} - U_c \frac{dt}{dK} + U_x g_K = 0 \quad (15)$$

をみたすことがわかる．

社会資本投資の社会的限界便益は

$$MB_K = N \frac{U_x}{U_c} g_K \quad (16)$$

であり，そのための税負担 $T = tN$ の増加額が

$$\frac{dT}{dK} = \frac{dt}{dK} N + \frac{dN}{dK} t \quad (17)$$

あるので，地域住民にとっての純便益は

$$B = MB_K - \frac{dT}{dK} = N \frac{U_x}{U_c} g_K - \frac{dt}{dK} N - \frac{dN}{dK} t \quad (18)$$

となる．この関係を上の(15)式に代入し，最適混雑税が $\tau = -Ng_N(U_x / U_c)$ であることを用いると，

$$[NF_{NN} - \tau] \frac{dN}{dK} + t \frac{dN}{dK} + B = 0 \quad (19)$$

が得られる．

地域における地代総額を R と書くと， $R = F(N, \bar{L}) - NF_N(N, \bar{L})$ をみたすので，社会資本投資の増加による地代総額の変化は

$$\frac{dR}{dK} = -NF_{NN} \frac{dN}{dK} \quad (20)$$

となる．この関係と(19)式から

$$\frac{dR}{dK} = B + (t - \tau) \frac{dN}{dK} \quad (21)$$

が成立する．住民税の税率が社会資本の最適混雑税率に等しければ $t = \tau$ が成り立つので，地代の増加が社会資本投資が住民に与える限界便益に等しくなる．これが，我々の枠組みにおける資本還元仮説である．

7 デベロッパー定理

前節では，コミュニティーが多数存在して競争的である場合には，社会資本投資の限界便益が土地に帰着することを見た．このことは，土地開発を行うデベロッパーが自分の負担で社会資本投資を行えば，効率的な社会資本投資を行うようになることを示唆している．我々の枠組みでは以下のようなデベロッパー定理が成り立つことを示すことができる．

デベロッパー定理：地域の土地をすべて所有するデベロッパーが社会資本の供給を行うことを考える．効用水準を所与として行動する競争的デベロッパーが社会資本の混雑料金を徴収できれば，デベロッパーの選択する社会資本投資の水準は効率的になり，しかも混雑料金の水準も最適になる．また，このようなデベロッパーの自由参入によって最適な地域数が達成される．

前節で用いた記号を使って、社会資本投資を行うデベロッパーの利潤は $\Pi = R + tN - K$ と書くことができる。まず、利潤を最大にするような混雑料金 (= 住民税) の水準を考える。(14)式から、混雑料金を帰ることの効果は、

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N}{NF_{NN} - \tau}$$

であることがわかる。したがって、利潤の変化は

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi}{dt} &= [-NF_{NN} + t] \frac{dN}{dt} + N \\ &= \frac{N}{NF_{NN} - \tau} (t - \tau) \begin{cases} > 0 & \text{as } t < \tau \\ < 0 & \text{as } t > \tau \end{cases} \end{aligned}$$

をみtas。これから、 $t = \tau$ が利潤を最大にすることがわかる。

この結果を前節で得られた結果と組み合わせると、利潤を最大化する社会資本投資の水準は

$$\frac{d\Pi}{dK} = \frac{d(R + T)}{dK} - 1 = MB_K - 1 = 0$$

をみtas、デベロッパーが最適な社会資本投資を行うことがわかる。

最後に、デベロッパーの参入が自由であれば、長期的には超過利潤がゼロになり、地代収入と料金収入の和が社会資本の供給費用に等しくなる。このときには前々節で見たヘンリー・ジョージ定理がみtasされており、地域数が最適化されている。

8 おわりに

この論文では、社会資本が地域性をもつことと、社会資本の利用において混雑現象の発生が多いことに着目して、社会資本の最適供給とそれともなう地域間補助を分析した。この論文の主要な結論は以下の通りである。

第一に、公平性の見地から地域間補助を正当化するのは困難である。その理由は、以下の2つである。

(1) 地域間の人口移動は自由であるので、長期的には、地域間の所得間格差は人口移動によって解消される。

(2) 各地域に豊かな人々と貧しい人々が存在しており、地域全体に対して与えられる補助金では個人の公平が確保できない。豊かな地域の低所得層から貧しい地域の高所得層への所得再分配が発生したり、大都市圏の中堅層の税負担で地方の豊かな建設業者や政治家に補助金を与えたりすることになりがちであるからである。

この論文の第二の結論は、効率性の見地からの地域間補助に関するものである。社会資本の利用において混雑現象が発生する場合には、混雑の社会的限界費用に等しい混雑税を各住民から徴収しなければならない。しかし、混雑税だけで社会資本の供給費用をすべてまかなえとは限らない⁶。最適な

⁶ 場合によっては混雑税収の方が大きくて余剰が発生することがあるが、その場合には余剰がマイナスの税金の形で住民に還付されることになる。

地域間補助は、混雑税を上回る部分の税負担がどの地域でも等しくなるようにするものである。つまり、各住民は、地域によって異なる混雑税に加えて、どの地域でも等しい住民税を支払うことになる。

この最適条件は、各地域の社会資本の供給量の如何にかかわらず成立する。したがって、社会資本の供給量が多い地域での社会資本コストの一部を、供給量が少ない地域の住民が分担することがありうる。また、地域間で生産性が異なっても同じ最適条件が成立するので、わが国におけるような生産性が高い地域から低い地域への補助金は正当化されない。

第三に、新しい住民の流入を抑制することが既存の住民の効用水準を上げるケースが多い。ただし、そのためには新しい住民だけに税金をかけたりにすることによって、他地域と自地域の間に効用ギャップを発生させることが必要である。このような差別的な政策は、地域住民にとっては利益になっても、国全体としては望ましいものではない。新規住民と既存の住民の差別を行わない場合には、人口抑制策は既存住民の効用水準を低下させる。

第四に、社会資本投資の便益の多くは地価の上昇の形で土地所有者に帰着する。したがって、その財源を社会資本の利用者からの料金収入や一般国民からの税金でまかなうことは、利用者及び一般国民から土地所有者へ巨大な所得移転をすることに他ならない。このような所得移転は不公平かつ恣意的であるので、土地所有者に帰着する開発利益を吸収することが所得分配の公平性の観点から望ましい。

この論文で示したことは、土地所有者に帰着する開発利益を社会資本投資の財源の一部として用いることが、効率性から見地からも望ましいことである。もし多数の地域が存在して地域間競争が存在していれば、社会資本の供給主体が開発利益を吸収することによって、効率的な投資と料金設定がなされる。

実際には地域間の人口移動はゆっくりとしか起こらないので、地域間競争に全面的に頼ることに問題は残るであろう。したがって、利潤原理によらない地方政府が社会資本の供給主体となるケースが残ることは避けられない。しかし、その場合でも、社会資本の整備財源として、料金や住民税に加えて開発利益の還元を用いることが望ましい。その理由は2つある。第一に、開発利益を財源の一部にすることによって料金や住民税を低く抑えることができる。開発利益の還元が不可能であると、料金や住民税が高すぎて、社会資本の有効な利用が阻害されることになる。第二の理由は、社会資本投資が望ましいかどうかの判断がより適切なものになることである。もし投資コストが料金収入と開発利益でカバーできれば、投資の便益が費用を上回るであろうと予想できる。開発利益の還元が不可能な場合に料金収入だけで投資コストを負担しようとする社会資本投資が過少になる。一般財源からの補助を導入すれば財源は出てくるが、その場合にはどの投資プロジェクトが社会的に望ましいかの判断が難しくなり、便益が費用を下回るようなプロジェクトが採択されるような結果になりがちである。

実際には、開発利益がどれだけ発生しているかを正確に測定することは不可能であり、開発利益を社会資本の供給者が完全に吸収するのは困難である。したがって、開発利益の還元策はもし可能であったとしても不完全なものに留まらざるを得ない。ヘンリー・ジョージ定理によれば、価格水準を限界費用に等しくなるまで下げるのが効率的である。ところが、開発利益の還元が不十分であれば、

独立採算制でこのような価格を維持することは不可能である。このような場合には、一般会計からの補助によって価格を抑えながら投資を促進することが正当化できる可能性がある。ただし、補助制度には政治的な意思決定プロセスにともなう様々な歪みがつきものであるので、プロジェクトの費用便益分析を慎重に行う必要がある。

参考文献

- 金本良嗣(1983)「地方公共財の理論」『公共経済学の展開』（岡野行秀・根岸隆編）第3章，東洋経済新報社，29-48。
- 金本良嗣(1992)「空間経済と交通」『現代交通政策』（藤井彌太郎，中条潮編）第7章，117-129。
- 金本良嗣(1994)「首都機能移転の効果」『東京一極集中の経済分析』（八田達夫編）第8章，日本経済新聞社，213-256。
- 八田達夫(1992)「巨大都市の経済学」『経済セミナー』連載。
- 米原淳七郎(1977)『地方財政学』有斐閣。
- Arnott, R. J. and J. E. Stiglitz, (1979), "Aggregate Land Rents, Expenditure on Public Goods and Optimal City," *Quarterly Journal of Economics* 63, 471-500.
- Buchanan, J., (1950), "Federalism and Fiscal Equity," *American Economic Review* 40, 583-599.
- Buchanan, J., (1952), "Federal Grants and Resource Allocation," *Journal of Political Economy* 60, 208-217.
- Flatters, F.R., J. V. Henderson, and R. M. Mieszkowski, (1974), "Public Goods, Efficiency, and Regional Fiscal Equalization," *Journal of Public Economics* 3, 99-112.
- Oates, W. E., (1972), *Fiscal Federalism*, New York, Harcourt Brace Jovanovich.
- Scott, A., (1950), "A Note on Grants in Federal Countries," *Economica* 17, 416-422.
- Scott, A., (1964), "The Economic Goals of Federal Finance," *Public Finance* 19, 241-288.

付録

地域間補助金の最適水準

均衡では両地域の効用水準が等しくなり， $v_A(S, N) = v_B(S, N)$ が成立するので，これからA地域の人口をA地域からB地域への補助金額の関数 $N^*(S)$ として求めることができる。本文ではグラフを用いて補助金 S の増加がA地域の人口 N を減少させることを示したが，数学的にはこの結果は以下のようにして導くことができる。第一に，(5)式と(6)式から

$$\frac{\partial v_A}{\partial S} = -\frac{U_c^A}{N} < 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial v_B}{\partial S} = \frac{U_c^B}{\bar{N} - N} > 0 \quad (\text{A.2})$$

が成立する。第二に，均衡の安定条件から

$$\frac{\partial v_A}{\partial N} \leq \frac{\partial v_B}{\partial N} \quad (\text{A.3})$$

が成立していなければならない。したがって、

$$N^{*'}(S) = \frac{\frac{\partial v_B}{\partial S} - \frac{\partial v_A}{\partial S}}{\frac{\partial v_A}{\partial N} - \frac{\partial v_B}{\partial N}} < 0 \quad (\text{A.4})$$

が成り立つ。

次に、補助金の増加が均衡効用水準に与える影響を考える。均衡効用水準を

$$u^*(S) = v_A(S, N^*(S)) = v_B(S, N^*(S)) \quad (\text{A.5})$$

で定義すると、(A.1)式と(A.2)式を用いて

$$\begin{aligned} & \frac{N}{U_c^A} + \frac{\bar{N} - N}{U_c^B} u^{*'}(S) \\ &= \frac{N}{U_c^A} \frac{\partial v_A}{\partial S} + \frac{\partial v_A}{\partial N} N^{*'}(S) + \frac{\bar{N} - N}{U_c^B} \frac{\partial v_B}{\partial S} + \frac{\partial v_B}{\partial N} N^{*'}(S) \\ &= \frac{N}{U_c^A} \frac{\partial v_A}{\partial N} + \frac{\bar{N} - N}{U_c^B} \frac{\partial v_B}{\partial N} N^{*'}(S) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

が得られる。ここで、(5)式と(6)式から

$$\frac{\partial v_A}{\partial N} = [F_{NN}(N, L) + s' + \frac{K_A + S}{N^2}] U_c^A + g_N^A U_x^A \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial v_B}{\partial N} = [-F_{NN}(\bar{N} - N, L) + s' - \frac{K_B - S}{(\bar{N} - N)^2}] U_c^B - g_N^B U_x^B \quad (\text{A.8})$$

が成立することと、混雑外部性の社会的限界費用が

$$\tau = -Ng_N \frac{U_x}{U_c} \quad (\text{A.9})$$

であることを用いると

$$\frac{N}{U_c^A} + \frac{\bar{N} - N}{U_c^B} u^{*'}(S) = N^{*'}(S) [(t_A - \tau_A) - (t_B - \tau_B)] \quad (\text{A.10})$$

となる。したがって、 $N^{*'}(S) < 0$ から、

$$u^{*'}(S) > 0 \Leftrightarrow t_A - \tau_A < t_B - \tau_B \quad (\text{A.11})$$

となり、最適な補助金は $t_A - \tau_A = t_B - \tau_B$ をみだす。 $t_A - \tau_A = t_B - \tau_B = t$ とおくと、各地域の住民の支払う税金は

$$t_A = t + \tau_A \quad (\text{A.12})$$

$$t_B = t + \tau_B \quad (\text{A.13})$$

となり、両地域で等しい人頭税に混雑外部性の社会的限界費用に等しい混雑税を加えたものになる。

社会資本の最適供給

各地域の効用水準が社会資本に依存することを明示的に表現して、

$$v_A(S, N, K_A) = U(F_N(N, L) + s(N) - \frac{K_A + S}{N}, g(K_A, N)) \quad (\text{A.14})$$

$$v_B(S, N, K_B) = U(F_N(\bar{N} - N, L) + s(N) - \frac{K_B - S}{\bar{N} - N}, g(K_B, \bar{N} - N)) \quad (\text{A.15})$$

と書くことができる．これらから均衡の人口配分 $N^*(S, K_A, K_B)$ は

$$\frac{\partial N^*}{\partial K_A} = - \frac{\frac{\partial v_A}{\partial K_A}}{\frac{\partial v_A}{\partial N} - \frac{\partial v_B}{\partial N}} \quad (\text{A.16})$$

をみtas．したがって，均衡効用水準

$$u(S, K_A, K_B) = v_A(N^*(S, K_A, K_B), S, K_A) \quad (\text{A.17})$$

は

$$\frac{\partial u}{\partial K_A} = \frac{\partial v_A}{\partial N} \frac{\partial N^*}{\partial K_A} + \frac{\partial v_A}{\partial K_A} = \frac{\partial v_A}{\partial K_A} \left(1 - \frac{\frac{\partial v_A}{\partial N}}{\frac{\partial v_A}{\partial N} - \frac{\partial v_B}{\partial N}} \right) \quad (\text{A.18})$$

をみtas．ここで，均衡の安定条件から

$$\frac{\partial u}{\partial K_A} > 0 \Leftrightarrow \frac{\partial v_A}{\partial K_A} > 0 \quad (\text{A.19})$$

が成立し，最適な社会資本は

$$\frac{\partial v_A(S, N, K_A)}{\partial K_A} = - \frac{U_c^A}{N} + U_x^A g_K^A = 0 \quad (\text{A.20})$$

をみtasなければならぬ．したがって，最適な資本投資の条件は

$$N \frac{U_x^A}{U_c^A} g_K^A = 1 \quad (\text{A.21})$$

となる．

社会資本投資が最適なときには，混雑税は

$$\tau = -N g_N \frac{U_x}{U_c} = - \frac{g_N}{g_K} \quad (\text{A.22})$$

をみtas．したがって，

$$\tau N = K \quad \text{if} \quad \begin{matrix} > & & < \\ K g_N + N g_N = 0 & & \\ < & & > \end{matrix} \quad (\text{A.23})$$

が得られる．社会資本サービスの供給において規模の経済性が存在するときには， K と N を同じ比率で増加させると各住民の受ける社会資本サービスは増加する．この場合には， $K g_K + N g_N > 0$ となるので，混雑税からの収入は社会資本の供給コストを下回る．逆に，規模の不経済が発生している場合には，混雑税収が社会資本の供給コストを上回ることになる．これらの中間で規模の経済一定の場合には，混雑税収がちょうど社会資本の供給コストと等しくなる．

たとえば， $g(K, N) = \alpha K / N^\beta$ の場合には，最適投資の条件は

$$\frac{U_x^A}{U_c^A} \alpha \beta \frac{K}{N}^{\beta-1} = 1 \quad (\text{A.24})$$

となり，この関係を用いると，混雑税は

$$\tau = \frac{K}{N} \quad (\text{A.25})$$

をみたすことがわかる。したがって、混雑税収 τN と社会資本コスト K が等しくなり、混雑税収でちょうど社会資本コストをまかなうことができる。