

第 2 章 付 録

理 論 分 析

社会資本整備の事業効果と税
収変化に関する一考察

第2章付録 理論分析

大阪大学社会経済研究所助教授 常木 淳

1 はじめに

本稿では、本編第2章における費用便益分析に際しての税金の扱いについて、より専門的・数学的な分析を行う。税制が存在する場合の政府投資プロジェクトの評価手法は、Shoven and Whalley(1992)に代表されるような、プロジェクトを導入した後の一般均衡解を直接計算してプロジェクトの前後の経済厚生を比較する応用一般均衡分析 (applied general equilibrium analysis) と政策の導入に伴う経済厚生指標の局所的变化値をもってその大域的变化値の近似と考える局所的近似分析 (differential approximation analysis) とに大別されるが、この付録では、政府投資の厚生評価に関する局所的近似分析の手法についてのサーヴェーを行う。もしも、税によるゆがみが存在しなければ、局所的近似分析による計画評価は市場価格を用いることでほぼ解決が着くが、税のゆがみが存在するとそもそも生産者と消費者が異なる価格に直面しているため、どのような価格を用いて公共投資プロジェクトの評価を行うかがむずかしい問題になる。

このような場合に応用一般均衡分析を用いることも、問題を回避する一案ではあるが、このアプローチは、計算のために選択されている生産関数および効用関数の関数形、ならびにそのパラメーター値が均衡の計算の便宜上恣意的に選択される傾向があり、そのためにしばしば非現実的な計算結果を示すという欠点が存在する。これに対して局所的近似分析には、応用一般均衡分析にない利点が存在する。なぜなら、局所的近似分析は事後の均衡に関する情報に依拠せず、事前の情報のみを用いて政策評価を行う立場であり、政策導入の効果が不連続的な「大きさ」を持つ場合には近似の誤差が大きくなり、応用一般均衡分析に対して明らかな欠点を持っているが、応用一般均衡分析のような、事後情報の不完全性からくる計画効果の予測誤差を回避できる。したがって、政策評価の手法を選択するにあたっては、近似に伴う誤差と事後情報の不完全性に伴う誤差とを比較衡量して相対的により優れたものを採らねばならず、ここに局所的近似分析を税の存在する次善の経済へと拡張することの積極的な意義があるのである。

以下、本稿は次のように構成する。次節では、本稿全体で使用するモデルの記述を行う。次に、3及び4では公共投資プロジェクトによって生産される財が市場財であり、価格をつけられるケースを論ずる。3では、物品税率が固定されて、一括税によって政府予算の均衡が維持されるハーバナーのケースを論じ、4では、一括税を用いずに最適に調整された物品税を用いて政府予算の均衡をはかるダイヤモンド・マーリーズのケースを扱う。他方、5及び6では、政府投資プロジェクトが(無料で供給され

る) 公共財の供給であるケースを扱う。5では、3のハーバーガーモデルを、6では4のダイヤモンド・マリーズモデルを公共財供給のケースに応用し、それぞれに公共財供給の費用便益基準を導出してその意味の解釈を行う。

2 モデル

まず、以下の議論で使用するモデルの記述から始めることとしよう。この経済には H 人の消費者があり、おのおの純消費量ベクター $x^h \equiv (x_1^h, \dots, x_N^h)$ に関して連続微分可能、準凹、強単調な効用関数 $f^h(x^h)$, $h=1, \dots, H$ を極大化するように消費量を選択すると仮定する。他方、生産サイドは、各生産者が競争的に利潤を極大化すると仮定し、このためクープマンズ - デブリューの定理(Koopmans(1957))が成立し、閉凸の集計的生産可能性集合 Y のもとで利潤を競争的に極大化するように集計的純生産量ベクター $y \equiv (y_1, \dots, y_N)$ を選択する一つの代表的企業の存在を仮定することができる。計画評価以前の均衡状態は、消費者・生産者ともにプライス・テイカーとして行動している、という意味で完全競争市場に限定されているが、一般に生産者価格と消費者価格とは乖離しており、このため均衡においてパレート効率性の達成されていない次善の状況を主として念頭に置く。そこでニュメレル財として選択された第1財については、生産者・消費者価格ともに $p_1 = 1$ と基準化することにし¹、第2～ N 財の生産者価格ベクターを p 、市場に存在する価格の歪みをあらわすベクターを t 、したがって消費者価格ベクターを $p+t$ とする。ここで t は、典型的には政府が市場に課す物品税体系をあらわすと考えてよい。ただし、適当に解釈を変更すれば、税以外の政府による価格規制の歪みを示すパラメーターと解することも可能であり、一定限度では企業の不完全競争的価格設定による歪みを示すケースをも取り扱うことができる。また、ここで t は従量税として表記されているが、計画の局所的効果のみを考える我々のモデルでは、財の単位を適当にとって全ての生産者価格を1にノーマライズすることができるため、 t を従価税と考えても誤りではない。

以上のような資源配分の歪みを伴う次善的競争的一般均衡の体系を、双対性理論を用いて記述してみよう。計画以前に各消費者の得ていた効用のベクターを $u^0 \equiv (u_1^0, \dots, u_H^0)$ とし、消費者価格体系を $(1, p+t)$ とすると、各消費者の純支出額は支

¹ 本稿では以下、ニュメレル財を非課税とする慣習に従うこととするが、これは表記・計算の単純化のためのものである。本稿の元となった筆者の論文 (Tsuneki:1987a, b, 1989a, b, 1993, 1998) はすべてニュメレル財にも課税されるという仮定で本稿と同様の結論を得ている。

出関数を用いて $m^h(1, p+t, u_h^0)$, $h=1, \dots, H$, と表され、この値は、政府から各消費者への移転額 g^h , $h=1, \dots, H$, と企業利潤の配当額 $\alpha^h \pi(1, p)$ の和と等しくなる。ここで $\pi(1, p)$ は、生産者価格体系 $(1, p)$ と代表的企業の利潤額の関係を表す利潤関数であり、 α^h , $h=1, \dots, H$ は、この企業の消費者 h による持分比である。以上より、

$$(1) \quad m^h(1, p+t, u_h^0) = g^h + \alpha^h \pi(1, p), \quad h=1, \dots, H,$$

が成立せねばならない。次に N 個の財についての需給均衡が成立せねばならない。需要側は支出関数をもとにシェパードの補題を用いて、また供給側は利潤関数をもとにホテリングの補題を用いて記述することができる。すなわち、 ∇ で勾配ベクターを表すと、

$$(2) \quad A + \sum_{h=1}^H \nabla_{p_1} m^h(1, p+t, u_h^0) = \nabla_{p_1} \pi(1, p) + y_1^G$$

$$(3) \quad \sum_{h=1}^H \nabla_p m^h(1, p+t, u_h^0) = \nabla_p \pi(1, p) + y^G$$

となる。ここで A はアレー余剰値であり、計画前において $A \equiv 0$ とする。また (y_1^G, y^G) は、政府が公共プロジェクトとして導入する純生産量ベクターであり、これも計画前の事前均衡においては全てゼロの値をとるとする。最後に (1) - (3) の一般均衡条件は、ワルラス法則によって以下の政府予算制約式

$$(4) \quad A + \sum_{h=1}^H g^h = (y_1^G + p y^G) + t \sum_{h=1}^H \nabla_p m^h(1, p+t, u_h^0)$$

を含意する。(4)の右辺は政府事業と物品税による政府の総収入を意味しており、これが左辺の政府から消費者への移転支出と、政府の手元に残る税収の総和に等しくなる²。

3 公共投資基準 ハーバーガーのケース

以上のモデルをもとにして、本節では公共投資が市場財の投入・産出ベクター (y_1^G, y^G) で記述できるケースについてハーバーガーの導出した公共投資基準を論ずることにしよう。前節の体系 (1) - (3) は $H + N$ 個の独立な方程式から成る。他方事前の均衡では、効用ベクター u と相対価格ベクター p 及び移転支出 g^h , $h=1, \dots, H$ のうちのひとつが、内生変数となって上記の体系から決定すると考えられる。この事前の状態から税制 t 、政府支出計画 (y_1^G, y^G) などの変化を導入したときに、一般均衡体系にどのような効果を生ずるかを分析するのが比較静学、あるいは本稿のタームという

² (1) - (3) の体系が実際に (4) を含意することを確認するのは、応用ミクロ経済学の格好の練習問題であるので、読者各自でチェックすることをお薦めする。この導出を初めとして、以下の分析では数学注 に要約した支出関数、利潤関数の性質を細かい断りなく自由に用いることとする。

局所的近似分析の接近法であるが、この際、ハーバーガーの依拠する補償原理の考え方では、政府による完全な補償が（仮說的に）可能であると仮定する。すなわち公共計画の導入によって生ずる効用ベクターの変化に対して、政府は、移転支出 $g^h, h=1, \dots, H$ を自由に操作することで各消費者に元と同一の効用レベル $u_h^0, h=1, \dots, H$ を保証してやることができる³と仮定するのである。もちろん政策の可否如何によって完全な所得補償を可能にするだけの政府収入があがらないケースも出てくるが、その際にはアレー余剰値 A が負の値をとることで、いわば「外部」から追加的な所得を導入して完全な補償を行うことが（やはり仮說的に）可能であると仮定するのである。以上の前提の下では、政策導入に伴って A の変化値が正であることは、この政策がブルース - ハリス（Bruce-Harris(1982)）の局所補償原理を満たすことと同値である³。

以上のような仮說的補償原理の仮定を承認するならば、政策変数である y_1^G, y^G が変化したとき、効用水準 u_1^0, \dots, u_H^0 は一定であり、 $g^h, h=1, \dots, H, A, p$ が体系（1） - （3）を充足するように内生的に変化することになる。ここで $g^h, h=1, \dots, H$ の動きに関心がない場合は、これらは（2）、（3）には現れないため（1）を g^h の定義式と考えるとこれを体系から除き、（2）、（3）のみから A, p の動きを判断することができる。最後に、以下の考察においては、取り扱い易さの観点から（2）式の代わりに、（4）式に（1）式を代入して得られる

$$(5) \quad A + \sum_{h=1}^H m^h(1, p+t, u_h^0) - \pi(1, p) = t \sum_{h=1}^H \nabla_p m^h(1, p+t, u_h^0) + (y_1^G + py^G)$$

を用いて、体系（3）、（5）が A, p を内生的に決定すると考える⁴。

公共計画の評価にあたっては、公的に投入・生産される資源の価値をいかに決定するかが問題であり、この値は完全競争の下では市場価格をもってすれば足りるが、すでに市場に歪みのある次善の状況ではどのような値（シャドープライス）を選択するかが困難な問題となる⁵。公共計画評価のためのシャドープライスは、計画時に他にどのような政策変数を操作しうるかによって大きく異なるが、（仮說的）補償が完全に可能な場合、体系（1） - （5）において、小規模の公共計画 (dy_1^G, dy^G) が導入されるとき、物品税のベクター t は固定される一方、所得移転 $g_h, h=1, \dots, H$ は完全に調整可能である。そこで、（3）と（5）から、 (dy_1^G, dy^G) の導入に伴う A の変化 dA を次のように求めることができる。まず（5）を全微分して（3）を用いると、

³ Foster and Sonnenschein(1970) 及び Hatta(1977)の指摘したマイルドな条件が成立することを仮定する。

⁴ （3）、（5）が成立すれば、やはりワルラス法則によって（2）が含意されるから、（2）、（5）のいずれを利用しても同じことである。

⁵ Dréze and Stern (1987)が、本論に近い立場でのサーヴェイ論文である。

$dA = t \sum_{pp}^0 dp + dy_1^G + p dy^G$, かつ、(3)より $dp = [\sum_{pp}^0 - S_{pp}^0]^{-1} dy^G$ であるため、

$$(6) \quad \begin{aligned} dA &= dy_1^G + (p + \varepsilon) dy^G = dy_1^G + \{(p + t)\Omega + p[I_{N-1} - \Omega]\} dy^G; \\ \varepsilon &\equiv t \sum_{pp}^0 [\sum_{pp}^0 - S_{pp}^0]^{-1} \equiv t\Omega \end{aligned}$$

となる。以下で、 $\sum_{ij}^0 (i, j = p, G, u)$, $S_{ij}^0 (i, j = p, G)$ は m 及び n の二次微分値から成る行列である、とする。つまり、公共計画 (dy_1^G, dy^G) を評価するシャドープライスは、消費者価格とも生産者価格とも異なっており、特に二財の場合には Ω はスケーラーで $0 < \Omega < 1$ であるから、ハーバーガーの指摘したようにシャドープライスが両価格の加重平均になる⁶。シャドープライスが生産者価格と乖離するということは、私企業と公的生産との限界転形率が異なるような生産の編成を要求するのであるから、経済全体の生産効率性を放棄することを要請している点に注意せねばならない。このシャドープライスの体系 ($1, p + \varepsilon$) は、最初にこれを提唱したハーバーガー (Harberger (1971)) と、これを理論的に厳密に定式化したブルース - ハリス (Bruce and Harris (1982)) にちなんでハーバーガー - ブルース - ハリスシャドープライスと呼ぶことにしよう。

4 公共投資基準 ダイヤモンド・マーリーズのケース

以上の補償原理に基づく着想に対して、近年では所得移転が不可能なケースにおいての公共計画のシャドープライスの理論が発展しつつある。所得移転が不可能な場合には、公共計画の導入に伴って物品税体系 t の一部分が同時に変化しなければ均衡を維持することができない。当然予想されるように公共計画のシャドープライスは事前のディスティーションの程度 t とともに、これらのうちのどの税率が調整可能であるかによって変化してしまうため、一般にこのようなシャドープライスの体系を計算することは形式上可能であるとしても実用的に実り多いものではない⁷。これに対して、ダイヤモンド・マーリーズ (Diamond and Mirrlees (1971)) は、一定の条件の下で経済の生産効率性が最適性の必要条件となること、すなわち、生産者価格が公共計画の適正なシャドープライスになることを明らかにした。その条件とは、(1) 私企業の生産技術が収穫一定であり、利潤がゼロであること、または利潤が 100% 政府に課税されること⁸、(2) 政府の税收制約下で、物品税率 t が社会厚生を最大化するように決まっているこ

⁶ この性質は一般にはもちろん成立しない。

⁷ このような一般のケースについての古典的貢献として、Diewert (1983b) は Meade (1955) を挙げている。関連する文献として Tsuneki (1989b) をも参照せよ。

⁸ 条件 (1) が成立しないケースは、Stiglitz and Dasgupta (1971) が包括的に論じている。

と、である。

この定理の形式的証明は次のようなものである。使用するモデルは体系(1)-(3)に類似した(公共財供給を含む)一般均衡モデルであるが、所得の一括移転を認めないため余剰概念を利用することができず、また効用水準 $u \equiv (u_1, \dots, u_H)^T$ も内生変数となる。最適物品税体系として非ニュメレール財への税ベクター $t = (t_2, \dots, t_N)$ に加えて、ニュメレール財への課税を考えることも可能であるが、上記のダイヤモンド - マーリーズの仮定の下では、ニュメレール財を非課税とすることで議論の一般性は損なわれない。この仮定の下では、消費者への利潤配当が存在しないので各消費者の予算制約式は、

$$(7) \quad m^h(1, p+t, G, u_h) = g^h, \quad h=1, \dots, H$$

となる。次に、需給均衡式は、

$$(8) \quad \sum_{h=1}^H \nabla_{p_1} m^h(1, p+t, G, u_h) = \nabla_{p_1} \hat{\pi}(1, p, G),$$

$$(9) \quad \sum_{h=1}^H \nabla_p m^h(1, p+t, G, u_h) = \nabla_p \hat{\pi}(1, p, G),$$

となる。ワルラス法則によって政府予算制約が充足されることはこれまでと同様である。

ダイヤモンド - マーリーズの最適課税問題は、体系(7)-(9)を制約条件として社会的厚生関数 $B(u)$ を極大化するように物品税率 t を選ぶ問題である。

$\beta \equiv (\partial B / \partial u_1, \partial B / \partial u_2, \dots, \partial B / \partial u_H)^T$ と定義すると、この問題は、

$$(10) \quad \max_{u, p, t} \{ \beta^T u, \text{ s.t. (7) - (9)} \}$$

と定式化でき、通常非線形計画問題として分析を行うことができる¹⁰。すなわち制約

⁹ このような税収制約下での最適物品税体系を、創始者 Ramsey (1927) にちなんでラムゼイ・ルールという。ラムゼイ・ルールに関する基本文献は、Diamond and Mirrlees (1971), Diamond (1975) である。また Weymark (1979), Diewert (1983b) をも見よ。最適課税についての大学院レベルの教科書として Atkinson and Stiglitz (1980), Myles (1995) がある。邦文では本間 (1982) が代表的である。

¹⁰ 制約(8)、(9)は自由可処分 (free disposal) の仮説によって、(右辺) \geq (左辺) という不等号の形をとるとする。また制約資格条件が満たされているとする。分析の技術的詳細については、Mangasarian (1969, pp.172-3) を参照せよ。

(7) - (9) に対応する乗数を $a_u = [a_u^1, \dots, a_u^H]^T$, $a_1, a = [a_2, \dots, a_N]^T$ とするとき、
 $[a_1, a^T] \geq 0_{N-1}^T$ であり、かつ u, p, t についてキューン - タッカーの一階必要条件が成立する。
 このうち、 p と t についての一階の条件より、 $a_1 \hat{S}_{p_1 p} + a^T \hat{S}_{pp} = 0_{N-1}^T$ が成立するので、恒等式 (A.12)¹¹ による $\hat{S}_{p_1 p} + p^T \hat{S}_{pp} = 0_{N-1}^T$ を代入すると、 $(\hat{S}_{pp})^{-1}$ が存在する限り、

$$(11) \quad a = a_1 p$$

となる¹²。さて、この経済に小規模計画 (dy_1^G, dy^G) を導入することの経済厚生効果は

$dB = \beta(du/dy_1^G)(dy_1^G) + \beta(du/dy^G)(dy^G)$ であるが、(11) と包絡定理より

$dB = a_1 dy_1^G + a dy^G = a_1(dy_1^G + p dy^G)$ となる。妥当な十分条件¹³ の下で $a_1 > 0$ となるこ

とが論証しうるため、結局 $dB > 0$ と $dy_1^G + p dy^G > 0$ が同値となり、公共計画を評価するシャドープライスは生産者価格 $(1, p)$ となる。

次に、アウエルバック(Auerbach (1985; p.101))に基づいて定理の直観的な説明を与えておこう。収穫一定で利潤がゼロの場合には、消費者の効用は消費者価格体系のみに依存する。しかるに上記の条件(2)より、政府予算制約の範囲内で物品税率 t すなわち消費者価格は社会厚生を最大化するように選ばれている。したがって、生産効率を低下させることは、総消費の低下をもたらすのみであり、必ず社会厚生を低下させるのである。これに対して、条件(2)が成立していない時には、生産効率性を破棄することで物品税に伴う効率損失を解消する利益が発生する可能性が生ずるのである。

5 公共財の供給基準 ハーバガーのケース

次に公共計画が公共財の供給である場合を考えよう。ボーエン - サミュエルソンの古典的貢献の示したように、税制に伴う歪みを無視できる場合には、公共財の限界便益

¹¹ 数学注 参照

¹² \hat{S}_{pp} は一般に非負定値であるが、きわめて弱い条件の下で正定値と仮定しうる。

¹³ いわゆるダイヤモンド - マーリーズ財の存在 (Diamond and Mirrlees (1971, p.23)) がこの十分条件になる。この条件は Weymark (1979) によってさらに一般的に緩和されている。

の総和が供給のための限界費用と均等化するように公共財を供給するのが最適である。これに対して一括固定額税が利用できず、資源配分の歪みをもたらす税体系を用いて公共財の供給費用を調達せねばならない場合、ポーエン - サミュエルソン条件をどのように修正するかについては、すでにピグー (Pigou (1947)) の先駆的貢献があり、これに引き続いて長い研究・論争史が存在する¹⁴。ピグーは、税制の歪みを考慮するとき、公共財の社会的限界費用は物理的なそれよりも高く評価されねばならず、したがって、公共財供給の費用便益基準はポーエン - サミュエルソンのそれよりも厳しく設定されるべきであると指摘したが、その後の研究で、ピグーの予測が一般には成立しないことが論じられてきた。以下の2節では、これらの論争史を展望しつつ、種々の論点の整理を行っていく。

最初に、私的財からなるプロジェクトの場合と同様に、プロジェクトの評価基準はどのような税体系が操作可能かに依存していることに留意せねばならない。そのため(仮説的に)一括所得移転が可能であると仮定するか、それとも物品税体系を利用してプロジェクトの費用を調達するか、のいずれの前提をとるかで評価基準は大きく異なるを得ない。本節では、前者の仮定の下で議論を進めよう。

まず(2) - (3)の体系を公共財供給を明示的に含む形に書き換えることから始めよう。ここで公共財のベクター $G = (G_1, \dots, G_K)$ が政府によって供給され、その便益が消費者の効用 u^h 、および生産可能性集合 Y の変化として現れるとしよう。消費者効用関数 $u^h = f^h(x^h, G)$, $h = 1, \dots, H$, とすると、消費者の行動は可変支出関数

$$(12) \quad m^h(1, p, G, u_h) \equiv \min_{\{x_1^h, x^h\}} \{x_1^h + px^h : f(x^h, G) \geq u_h\}$$

で記述され、また私企業の行動は可変利潤関数

$$(13) \quad \pi(1, p, G) \equiv \max_{\{y_1, y\}} \{y_1 + py : (y_1, y) \in Y(G)\}$$

で記述される。他方政府は、私的財のベクター (y_1^G, y^G) を購入して公共財 G を生産すると仮定する。公共財生産のための生産可能性集合を Y^G とし、公共財ベクターの可変費用関数 $c(1, p, G)$ を

$$(14) \quad \min_{\{y_1^G, y^G\}} \{y_1^G + py^G \text{ s.t. } (y_1^G, y^G, G) \in Y^G\}$$

と定義し、最後に $\hat{\pi}(1, p, G) \equiv \pi(1, p, G) - c(1, p, G)$ とすると、以上より(2) - (3)

¹⁴ これに対して中間公共財の場合、これまで論じてきたシャドープライスの理論を用いて、Kaizuka (1965) - Sandmo (1972) の最適供給ルールを次善の経済へ自然に拡張できる。Tsuneki (1989b) を参照せよ。また、ここで論ずる次善的最適供給ルールの議論は、公共財の最適供給水準が税の歪みの存在しない場合と、する場合とでどのように異なるかの考察とは区別しなくてはならない。後者については Wilson (1991) などを見よ。

に対応する一般均衡の体系は

$$(15) \quad A + \sum_{h=1}^H \nabla_{p_1} m^h(1, p+t, G, u_h^0) = \nabla_{p_1} \hat{\pi}(1, p, G)$$

$$(16) \quad \sum_{h=1}^H \nabla_p m^h(1, p+t, G, u_h^0) = \nabla_p \hat{\pi}(1, p, G)$$

で表される。また、これもこれまでのケース同様、(15)に代えてこれと同値の

$$(17) \quad \begin{aligned} A + \sum_{h=1}^H m^h(1, p+t, G, u_h^0) - \hat{\pi}(1, p, G) \\ = t \sum_{h=1}^H \nabla_p m^h(1, p+t, G, u_h^0) \end{aligned}$$

を以下の分析に用いることとする。

体系(16), (17)より $u_h^0, h=1, \dots, H, t, G$ を一定として、 A, p が内生的に決まるものとしよう。ここで公共財供給 G を限界的に変化させたときに A が増加することが局所補償原理を充足する条件である。まず(17)を全微分して、(16)を用いると、

$$(18) \quad \begin{aligned} dA = \{ -\sum_{h=1}^H (\nabla_G m^h(1, p+t, G, u_h^0)) + \nabla_G \hat{\pi}(1, p, G) \} dG \\ + t \sum_{pp}^0 dp + t \sum_{pG}^0 dG \end{aligned}$$

となり、次に(18)を全微分して得られる $dp = (\sum_{pp}^0 - \hat{S}_{pp}^0)^{-1} (-\sum_{pG}^0 + \hat{S}_{pG}^0) dG$ を代入すると、

$$(19) \quad \begin{aligned} dA = \{ -\sum_{h=1}^H (\nabla_G m^h(1, p+t, G, u_h^0)) + \nabla_G \hat{\pi}(1, p, G) \} dG \\ + t [\sum_{pp}^0 (\sum_{pp}^0 - \hat{S}_{pp}^0)^{-1} (-\sum_{pG}^0 - \hat{S}_{pG}^0) + \sum_{pG}^0] dG > 0 \end{aligned}$$

が公共財供給の評価基準となる。 \hat{S}_{ij}^0 も S_{ij}^0 と同様に $\hat{\cdot}$ の二次微分値から成る行列である。

(19)の右辺の第一項は $W^h \equiv -\nabla_G m^h, h=1, \dots, H$ が各人の公共財の限界便益を表し、 $MC \equiv -\nabla_G \hat{\pi}$ が公共財の限界費用を表すから、ボーエン - サミュエルソンの評価基準に対応しており、したがって、右辺第二項が物品税の歪みに伴って生ずる評価基準のボーエン - サミュエルソン基準からの乖離を示している。一般にこの第二項が負になる理由はないのでピグーの予測は必ずしも当たらない。特に公共財生産のための投入がニュメレール財のみであれば $\hat{S}_{pG}^0 = 0_{N-1}$ であり、効用が準線形でかつ公共財の効用が他財から加法分離されるならば $\sum_{pG}^0 = 0_{N-1}$ となるため、以上の部分均衡の仮定の下では

右辺第二項はゼロとなり、ボ－エン - サミュエルソン基準の使用が正当化しうる。さらに、より一般に言って、ハーバーガー基準は、ボ－エン - サミュエルソン基準と重要な共通性を持っている。すなわち、どちらのルールでも社会的厚生関数に関する仮定、すなわち所得分配についての価値判断と独立に、費用便益基準ができあがっており、このため政府部門の資源配分部門と所得分配部門への機能分化が可能になっているのである。これは、次節で論ずるピグー基準と対照的である。

恒等式(A.5)、(A.13)¹⁵による $-\sum_{h=1}^H (\nabla_G m^h) = \sum_{p_1G}^0 + q \sum_{pG}^0$, $\nabla_G \hat{\pi} = \hat{S}_{p_1G}^0 + p \hat{S}_{pG}^0$,

と定義 $\varepsilon \equiv t \sum_{pp}^0 (\sum_{pp}^0 - \hat{S}_{pp}^0)^{-1}$ を用いて (19) を書き換えると、

$$(20) \quad dA = (\hat{S}_{p_1G}^0 - \sum_{p_1G}^0) + (p + \varepsilon)(\hat{S}_{pG}^0 - \sum_{pG}^0) > 0$$

となる。ここで、左辺の第二、三項中の $-\sum_{p_1G}^0$, $-\sum_{pG}^0$ は、消費者効用を一定したとき

に公共財の供給によって減少する私的財の需要であり、 $-\hat{S}_{p_1G}^0$, $-\hat{S}_{pG}^0$ は、公共財供給に伴って必要となる私的財投入である。したがって、公共財の供給に伴う私的財の補償需要減と投入増に伴う私的財供給の集計的純変化をハーバーガー - ブルース - ハリスシャドープライスで評価したものが公共財の社会的価値を表すことになり、市場財のみからなるプロジェクトの場合と類似の解釈が可能である。

6 公共財の供給基準 ピグーのケース

次に、一括所得移転が利用できず、公共財の供給費用を物品税でまかなわねばならないケースを検討しよう。ここでは、体系(7) - (9)の下での社会厚生 $B(u)$ の最大化問題を考えることになるが、(10)のように G を一定とせず、 $B(u)$ を最大化するように G を選択しうる。 G についての一階の条件は、各人の公共財の限界便益ベクターを $W \equiv [W^1, W^2, \dots, W^H]$ とすると $a_u^T W - a_1(\sum_{p_1G}^0 - \hat{S}_{p_1G}^0) - a^T(\sum_{pG}^0 - \hat{S}_{pG}^0) = 0$ であり、 u についての一階の条件を代入すると、

$$(21) \quad \{\beta^T \alpha - a_1 \sum_{p_1u}^0 \alpha - a \sum_{pu}^0 \alpha\} W - a_1(\sum_{p_1G}^0 - \hat{S}_{p_1G}^0) - a^T(\sum_{pG}^0 - \hat{S}_{pG}^0) = 0$$

と書き換えることができる。ただし、 α は、各消費者の所得の限界効用

$\{\nabla_u m^h(1, p + t, G, u_h)\}^{-1}$, $h = 1, \dots, H$, を h 番対角要素とする $H \times H$ 対角行列である。

¹⁵ 数学注 参照。

(21)式は、次のような直観的解釈が可能である。まず第二、三項は、消費者効用を一定としたときに公共財供給によって生ずる私的財の集計的純変化をシャドープライス a_1, a で評価したものであり、(20)と類似の解釈が可能である。この第二、三項の和を純代替効果と呼ぶことにする。これに対して、第一項は(20)において生じなかった効果である。このうち $\beta^T \alpha W$ は、所得 $W^h, h=1, \dots, H$ を各消費者に移転することの社会的価値であり、他方、 $(a_1 \sum_{p_i u}^0 \alpha + a \sum_{p u}^0 \alpha)W$ は最適な物品税体系を用いて税を消費者から徴収し、これを $W^h, h=1, \dots, H$ として移転することの社会的費用である。所得の一括移転が可能(20)ではこの項はゼロになるが、所得移転に物品税を使用せねばならず社会的費用がかかる場合、この値はゼロにならない。この第一項を、以下、所得移転効果と呼ぼう。

式(21)は一般に成立するが、これ以上の解釈のためには議論の限定が必要である。ここでは物品税体系が最適に調整されるダイヤモンド・マーリーズ経済を考えよう。この場合、生産効率性の仮定が成立するので(11)を代入すると(21)は、

$$(22) \quad \beta^T \alpha W - a_1 [\sum_{p_i u}^0 \alpha + p \sum_{p u}^0 \alpha] W = a_1 [\sum_{p_i G}^0 + p \sum_{p G}^0 - \hat{S}_{p_i G}^0 - p \hat{S}_{p G}^0],$$

と書き換えられる。これにウィルダシン(Wildasin (1979, p.60; 1984, p.230)) のスルツキ一準方程式

$$(23) \quad \frac{\partial x^h(1, p+t, G, I^h)}{\partial G} = \frac{\partial x^h(1, p+t, G, u^h)}{\partial G} + W^h M_{pu}^h \alpha^h,$$

($M_{pu}^h \alpha^h \equiv \frac{\partial x^h(1, p+t, G, I^h)}{\partial I_h}$, $h=1, \dots, H$ は消費者 h の需要の所得効果ベクターである。)

を代入し、(A.13)式を用いると

$$(24) \quad \beta^T \alpha W = a_1 \sum_{h=1}^H \left[\frac{\partial x_1^h}{\partial G} + p \frac{\partial x^h}{\partial G} \right] + a_1 MC$$

となる。ここでアトキンソン・スターン (Atkinson and Stern (1974; p.122)) に従って、消費に関する公共財と私的財との代替・補完関係が存在しないと仮定し

$$(25) \quad \frac{\partial x_i^h}{\partial G} = 0, i=1, \dots, N, h=1, \dots, H$$

とすると、(24)は

$$(26) \quad \beta^T \alpha W = a_1 MC$$

と書くことができる。この左辺は、公共財の(各人の限界的社会的重要度で加重された)限界便益、右辺は、限界費用 $\times a_1$ となる。この a_1 は、政府が第一財を社会に提供する価値であり、また政府が第一財を社会から調達する費用と考えることもでき、公的資

金の限界費用 (marginal cost of public funds; 以下 MCF) と呼ばれるものである¹⁶。

まず一消費者経済を検討してみよう。 $H = 1$ の場合、 $\alpha = \beta = 1$ とノーマライズすると、(26)は、通常のポーエン - サミュエルソン条件に対して、公共財の物理的限界費用を社会的限界費用 a_1 で調整したものと解することができる¹⁷。もしも $a_1 > 1$ であれば、元々のピグーの予測通り、税の歪みによる社会的費用を評価して公共財の社会的費用が物理的費用よりも高く査定されねばならないことを意味している。ピグーの予測の妥当性を明らかにするためには、MCF である a_1 を明示的に導出する必要があるが、(10)の u, t についての一階条件を用いて、

$$(27) \quad \frac{1}{a_1} = \left(1 + \frac{t^T \sum_{pp}^0 t}{R} - \sum_{h=1}^H t^T M_{pu}^h \alpha^h \frac{R^h}{R}\right) / \sum_{h=1}^H \beta^h \alpha^h \left(\frac{R^h}{R}\right)$$

という明示的な定式化ができる。ただし R^h は、各消費者 $h = 1, \dots, H$ の物品税負担、 $R \equiv \sum_{h=1}^H R^h$ は総物品税収入である¹⁸。

(27)式は一消費者経済では、

$$(28) \quad \frac{1}{a_1} = 1 + \frac{t \sum_{pp}^0 t}{R} - t^T M_{pu}$$

と単純化できる。このうち右辺の第2項は物品税の超過負担を示す項であり、必ず非正になる。他方、第3項の M_{pu} は徴税の所得効果を表し、したがって第3項は税負担の増加による負の所得効果に伴う税収変化を表すため通常は負になると予測されるが、アトキンソン - スターンの指摘するように、 M_{pu} はマイナスに働くケースがあり、特に要素供給の場合、その可能性は無視し得ない。そして、この効果が第2項を優越するほど強く働くならば、 $a_1 < 1$ となってピグーの予測が成り立たないケースが生じうるのである。

次に一般の複数消費者が存在する場合の(27)式を考えると、一消費者の場合と比べて上に述べた所得減少の税収効果が個人の効果の税負担比率による加重平均とな

¹⁶ Ballard and Fullerton (1992) を見よ。

¹⁷ この定式は Stiglitz and Dasgupta (1971, p.158), Atkinson and Stern (1974, p.122), Ballard and Fullerton (1992) により分析されている。複数消費者のケースについては Diamond (1975, p.341) を見よ。

¹⁸ 数学注 参照。

ることに加えて、徴税の所得分配効果 $\sum_{h=1}^H \beta^h \alpha^h (\frac{R^h}{R})$ が明示的に考慮されねばならない。

もしも、社会的重要度 $\beta^h \alpha^h$ の高い個人への税負担比率 $\frac{R^h}{R}$ が高くなれば、上の値は高くなり、 a_1 もまた上昇する。つまり社会的不平等の増大により、徴税の社会的費用が高く評価されねばならないのである。したがって、反対に、徴税がプラスの所得再分配効果を持つ場合には、ピグーの予測が覆って、 $a_1 < 1$ となるケースが生じうるのである。さらに便益の評価においてもポーエン - サミュエルソンあるいはハーバーガーの場合のように各人の便益を単純に足し合わせるのではなく各人の社会的重要度で加重した和を用いなくてはならない。従って、費用便益基準は設定される社会的厚生関数に決定的に依存しており、前節のハーバーガー基準のような政府の資源配分・所得分配部門への機能分化ができないのがピグー基準の重要な特色である。

以上の議論に対して、ウィルダシン (Wildasin (1979)) は、アトキンソン - スターンの仮定 $\frac{\partial x_i^h}{\partial G} = 0$ に代えて、補償需要が公共財供給から独立；すなわち

$$(29) \quad \frac{\partial x_i^h(1, p+t, G, u^h)}{\partial G} = 0, \quad i = 2, \dots, N, \quad h = 1, \dots, H,$$

とすると、一消費者経済でピグーの予測が正しくなると指摘している。この結果の解釈にはわれわれの元々の定式化 (21)、(22) を利用することができる¹⁹。

(22) 式は、一消費者経済では (再び $\alpha = \beta = 1$ とノーマライズすると)、

$$(30) \quad W - a_1(\sum_{p,u}^0 + p \sum_{p,u}^0)W - a_1(\sum_{p,G}^0 + p \sum_{p,G}^0) - a_1 MC = 0$$

となる。このうち左辺第1、2項は所得移転効果、3、4項は純代替効果を示すが、このうち、純代替効果は、ウィルダシンの仮定 (24) の下では $a_1(W - MC)$ となり、通常のポーエン - サミュエルソンの費用便益基準と一致するのである。これに対して、第1、2項に (28) を代入して整理すると、

$$(31) \quad \{1 - (1 - t \sum_{p,u}^0)(1 - t \sum_{p,u}^0 + \frac{t \sum_{p,p}^0 t}{R})^{-1}\} W < 0$$

となる。一消費者経済の場合、 W の所得を物品税を通して徴収し還付するならば、徴税の厚生費用を生ずるだけで追加便益は存在しないから、所得移転効果は必ずマイナスになるのである。以上の結果を (30) に代入して整理すると、

¹⁹ (21)、(22) 式を利用してピグー・ルールの解釈を試みている他の文献として、King (1986), Batina (1990) も参照せよ。ただし、これらは物品税が最適に設定されていないという前提で議論しており、Wildasin および我々のアプローチとは異なる解釈になっている。

$$(32) \quad \frac{t \sum_{pp}^0 t}{R} W + W - MC = 0$$

となり、純代替効果を反映するボーエン - サミュエルソン基準 $W - MC$ を、所得移転効果を反映するピグー項 $\frac{t \sum_{pp}^0 t}{R} W$ でディスカウントしたものが適切な公共財の供給基準となるため、結果としてピグーの予測を正当化しうることになるのである。

しかしながら、ウィルダシンのよるピグーの予測の正当化は複数消費者経済ではもはや成立せず、そのことの意味もまたわれわれの解釈を通して明確にすることができない。複数消費者経済においても、仮定(29)の下では純代替効果とボーエン - サミュエルソン基準とが一致することは変わらないが、所得移転効果は必ずしもマイナスとはならない。(22)の左辺に(27)を代入して整理すると、

$$(33) \quad \sum_{h=1}^H \alpha^h \beta^h W^h - \frac{\{\sum_{h=1}^H \alpha^h \beta^h (\frac{R^h}{R})\} \{\sum_{h=1}^H W^h (1 - t M_{pu}^h \alpha^h)\}}{1 + \frac{t \sum_{pp}^0 t}{R} - \sum_{h=1}^H t M_{pu}^h \alpha^h (\frac{R^h}{R})}$$

となる。一消費者の場合の(31)と比べた場合の相違点は、所得移転が個人間再分配の効果をもたらすことである。そして、この効果は、第一に社会的平等化への寄与を通して直接的に、第二に再分配に伴う政府税収への間接的影響を通して所得移転効果に影響する。もしも物品税による所得移転が、プラスの所得再分配効果、もしくは税収増の効果をもたらすならば、この所得移転は物品税の増加による超過負担増加を補って余りあるプラスの厚生効果を持つ可能性が生ずることになり、この場合ピグーの予測に反した帰結が生じうるのである²⁰。

しかしながら、ウィルダシンの示唆するピグー・ルール²⁰の定式化は、複数消費者経済の場合においても、興味深い洞察を与えてくれる。この場合、ピグー・ルールは、純代替効果と、所得移転効果(33)とに分解される。このうち純代替効果は、ボーエン - サミュエルソン・ルールやハーバガー・ルールと同じく政府の所得分配に関する価値判断と独立しており、政府の資源配分部門が追求する目的として妥当なもの

²⁰ もしも、Diamond(1975)のように物品税に加えて人頭税(補助金)も最適に調整できると仮定すると、公的資金の社会的費用の定式(27)は著しく簡単になる。この場合、一消費者経済では人頭税と一括税は同じなので、本節で論じた問題はトリヴィアルになる。これに対して、多消費者経済では、議論の本質はあまり変わらない。ただし、公的資金の社会的費用の定式が税の超過負担に依存しなくなるため、所得移転効果もまた超過負担とかかわりなく一律補助金と公共財との所得再分配効果の大きさの比率に依存する。従ってピグーの予測からはさらに乖離した結論となる。ただし、ピグー自身は公共財供給に伴う所得再分配効果の重要性も十分に認識していたことに留意されたい。Pigou(1947, pp32-33)を参照せよ。

であろう。そして、後者の効果は、物品税の増加による超過負担増大の効果と、公共財供給とこれに伴う税負担増加とによる社会的平等度の相対的变化から説明できる。アトキンソン・スターンモデルを複数消費者のケースに拡張した先ほどのピグー・ルールの定式化が、政府部門の資源配分部門と所得分配部門への機能分化がまったく不可能であるかのような印象を与えるのに対して、ウィルダシンの定式化ではそれが一定程度まで妥当性があることを示唆しており、またそれが不適切であるとすればどのような根拠からどういう方向に調整するべきであるかを(33)式の所得移転効果によって明示的に表すことができるからである。

数学注 (可変) 支出関数と(可変) 利潤関数の性質

この注は、本論で用いた(可変) 支出関数と(可変) 利潤関数の性質を要約しておく。詳細は Diewert (1986) を参照されたい。

(1) (可変) 支出関数の性質 ((可変) 費用関数は、これとほぼ同じ性質を持つ。)
(可変) 支出関数は、効用水準を u 、私的財消費ベクターを x 、価格ベクターを p 、公共財ベクターを G をすると、

$$(A.1) \quad m(p, G, u) \equiv \min_{\{x\}} \{px : f(x, G) \geq u\}$$

と定義される。 $m(p, G, u)$ が微分可能であれば、以下の式が成立する。

$$(A.2) \quad x = \nabla_p m(p, G, u) . \quad (\text{シェパードの補題})$$

次に、 $m(p, G, u)$ は価格 p に関して () 一次同次、かつ () 凹関数、となる。また、() G に関して凸関数である。 m の p, G, u に関する二次微分からなる行列を $\sum_{pp}, \sum_{pG}, \sum_{GG}, \sum_{pu}$ とすると、性質 () より恒等式

$$(A.3) \quad m(p, G, u) = p \nabla_p m(p, G, u),$$

$$(A.4) \quad \sum_{pp} p = 0$$

$$(A.5) \quad \sum_{Gp} p = \nabla_G m(p, G, u)$$

$$(A.6) \quad p \sum_{pu} = \nabla_u m(p, G, u)$$

が成立する。また性質 ()、() より

$$(A.7) \quad \sum_{pp} \text{は非正定値、}$$

$$(A.8) \quad \sum_{GG} \text{は非負定値、}$$

となる。

(2) (可変) 利潤関数の性質

(可変) 利潤関数は、投入産出ベクターを y 、価格ベクターを p 、公共財ベクターを G 、生産可能性集合を $Y(G)$ とすると

$$(A.9) \quad \pi(p, G) \equiv \max_{\{y\}} \{py : y \in Y(G)\}$$

と定義される。 $\pi(p, G)$ が微分可能であれば、以下の式が成立する。

(A . 1 0) $y = \nabla_p \pi(p, G)$ (ホテリングの補題)

$\pi(p, G)$ は、価格 p に関して () 一次同次、かつ () 凸関数である。また () Y が凸集合であれば、 G について凹関数となる。 π の p, G に関する二次微分から成る行

列を S_{pp}, S_{pG}, S_{GG} とすると、性質 () より恒等式

(A . 1 1) $\pi(p, G) = p \nabla_p \pi(p, G) ,$

(A . 1 2) $S_{pp} p = 0 ,$

(A . 1 3) $S_{Gp} p = \nabla_G \pi(p, G) ,$

が成立する。また、性質 ()、() より

(A . 1 4) S_{pp} は非負定値 ,

(A . 1 5) S_{GG} は非正定値 ,

となる。

数学注 (27) 式の導出

u に関する一階の条件は

$$(A.16) \quad \beta\alpha = a_u + a_1 \sum_{p,u}^0 \alpha + a \sum_{p,u}^0 \alpha,$$

また t に関する一階の条件は、

$$(A.17) \quad \sum_{h=1}^H a_u^h (\nabla_p m^h) + a_1 \sum_{p,p}^0 + a \sum_{pp}^0 = 0$$

である。(11)と(A.4)を用いて、これを $\sum_{h=1}^H a_u^h (\nabla_p m^h) = a_1 t \sum_{pp}^0$ と書き換える

ことができ、これに後から t を乗ずると

$$(A.18) \quad \sum_{h=1}^H a_u^h R^h = a_1 t \sum_{pp}^0 t$$

となる。他方(A.16)は(A.6)を用いると、

$$(A.19) \quad \frac{a_u^h}{a_1} = \frac{\beta^h \alpha^h}{a_1} - 1 + t M_{pu}^h \alpha^h, \quad h=1, \dots, H,$$

となるため、これを h について合計し、(A.18)を代入すると、

$$(A.20) \quad t \sum_{pp}^0 t = \sum_{h=1}^H \left(\frac{\beta^h \alpha^h}{a_1} - 1 + t M_{pu}^h \alpha^h \right) R^h$$

となる。これを a_1 について整理すると(27)を得る。

参考文献

- Allais, M. (1943). *A la Recherche d'une Discipline conomique*, Tom I, Paris: Imprimerie Nationale.
- Allais, M. (1977). "Theories of General Economic Equilibrium and Maximum Efficiency", pp.129-201 in *Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory*, E. Schwödiauer ed., Dordrecht: D. Reidel.
- Arrow, K.J. (1951). "An Extension of the Basic Theorems of Classical Welfare Economics", pp.507-532 in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, J.Neyman, ed., Berkeley: University of California Press.
- Atkinson, A. B. and N. H. Stern. (1974). "Pigou, Taxation and Public Goods", *Review of Economic Studies* 41, pp.119-128.
- Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz. (1980). *Lectures on Public Economics*, New York: McGraw-Hill.
- Auerbach, A. J. (1985). "The Theory of Excess Burden and Optimal Taxation", pp.61-127 in *Handbook of Public Economics* Vol.1, A. J. Auerbach and M. S. Feldstein, eds. Amsterdam, North-Holland.
- Balland, G. L. and O. Fullerton. (1992). "Distortionary Taxes and the Provision of Public Goods", *Journal of Economic Perspectives* 6, pp.117-131.
- Batina, R. G. (1990). "On the Interpretation of the Modified Samuelsonian Rule for Public Goods in Static Models with Heterogeneity", *Journal of Public Economics* 42, pp.125-133.
- Bowen, H. (1943). "The Interpretation of Voting in the Allocation of Economic Resources", *Quarterly Journal of Economics* 58, pp.27-48.
- Browning, E. K. (1976). "The Marginal Cost of Public Funds", *Journal of Political Economy* 84, pp.283-298.
- Browning, E. K. (1987). "On the Marginal Welfare Cost of Taxation", *American Economic Review* 77, pp.11-23.
- Bruce, N. and R. G. Harris. (1982). "Cost-Benefit Criteria and the Compensation Principle in Evaluating Small Projects", *Journal of Political Economy* 90, pp.755-775.
- Debreu, G. (1951). "The Coefficient of Resource Utilization", *Econometrica* 19, pp.273-291.
- Debreu, G. (1954). "A Classical Tax-Subsidy Problem", *Econometrica* 22, pp.14-22.
- Debreu, G. (1959). *Theory of Value*, New York: John Wiley.
- Diamond, P. A. (1975). "A Many-Person Ramsey Tax Rule", *Journal of Public Economics* 4, pp.227-244.
- Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees. (1971). "Optimal Taxation and Public Production I: Production Efficiency and II: Tax Rules", *American Economic Review* 61, pp.8-27

- and pp.261-278.
- Diewert, W. E. (1981). "The Measurement of Deadweight Loss Revisited", *Econometrica* 49, pp.1225-1244.
- Diewert, W.E. (1982). "Duality Approaches to Microeconomic Theory", pp.535-599 in *Handbook of Mathematical Economics*, Vol.2. K. J. Arrow and M. D. Intriligator, eds. Amsterdam: North-Holland.
- Diewert, W.E. (1983a). "The Measurement of Waste within the Production Sector of an Open Economy", *Scandinavian Journal of Economics* 85, pp.159-179.
- Diewert, W.E. (1983b). "Cost-Benefit Analysis and Project Evaluation: A Comparison of Alternative Approaches", *Journal of Public Economics* 22, pp.265-302.
- Diewert, W.E. (1984a). "The Measurement of Deadweight Loss in an Open Economy", *Economica* 51, pp.23-42.
- Diewert, W.E. (1984b). "On the Relationship Between the Measurement of Deadweight Loss and the Measurement of Project Benefits", U.B.C. Discussion Paper, 84-32.
- Diewert, W.E. (1985). "The Measurement of Waste and Welfare in Applied General Equilibrium Models", pp.42-103 in *New Developments in Applied General Equilibrium Analysis*, J. Pigott and J. Whalley eds., Cambridge: Cambridge University Press.
- Diewert, W.E. (1986). *The Measurement of Economic Benefits of Infrastructure Services*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 278, Berlin: Springer Verlag.
- Drèze, J.P. and N.H. Stern. (1987). "The Theory of Cost-Benefit Analysis", pp.909-989 in *Handbook of Public Economics*, Vol.2. A.J. Auerbach and M.S. Feldstein, eds., Amsterdam: North-Holland.
- Foster, E. and H. Sonnenschein. (1970). "Price Distortions and Economic Welfare", *Econometrica* 38, pp.281-297.
- Fullerton, D. (1991). "Reconciling Recent Estimates of the Marginal Welfare Cost of Taxation", *American Economic Review* 81, pp.302-308.
- Hammond, P. (1986). "Project Evaluation by Potential Tax Reform", *Journal of public Economics* 30, pp.1-36.
- Harberger, A.C. (1964). "The Measurement of Waste", *American Economic Review* 54, pp.58-76.
- Harberger, A.C. (1971). "Three Basic Postulates for Applied Welfare Economics: An Interpretive Essay", *Journal of Economic Literature* 9, pp.785-797.
- Harris, R.G. (1978). "On the Choice of Large Projects", *Canadian Journal of Economics* 11, pp.404-423.
- Hatta, T. (1977). "A Theory of Piecemeal Policy Recommendations", *Review of Economic*

- Studies* 44, pp.1-21.
- Hatta, T. (1991). "Project Evaluation and Compensation Tests", pp.53-81 in J. De Melo and A. Sapir eds., *Trade Theory and Economic Reform*. Cambridge: Basil Blackwell.
- Hicks, J.R. (1939). *Value and Capital*. Oxford: Clarendon Press.
- Hicks, J.R. (1940). "The Valuation of Social Income", *Economica* NS7, pp.105-124.
- Hicks, J.R. (1941-2). "Consumers' Surplus and Index Numbers", *Review of Economic Studies* 9, pp.126-137.
- Hotelling, H. (1938). "The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates", *Econometrica* 6, pp.242-269.
- Kaizuka, K. (1965). "Public Goods and Decentralization of Production", *Review of Economics and Statistics* 47, pp.118-120.
- Kanemoto, Y. (1980). "A Note on the Measurement of Benefits of Public Inputs", *Canadian Journal of Economics* 13, pp.135-142.
- Kanemoto, Y. and K. Mera. (1985). "General Equilibrium Analysis of the Benefits of Large Transportation Improvements", *Regional Science and Urban Economics* 15, pp.343-363.
- King, M. A. (1986). "A Pigovian Rule for the Optimum Provision of Public Goods", *Journal of Public Economics* 30, pp.273-291.
- Koopmans, T.C. (1957). *Three Essays on the State of Economic Science*, New York: McGraw-Hill.
- Mangasarian, O.L. (1969). *Nonlinear Programming*, New York: McGraw-Hill.
- Meade, J.E. (1952). "External Economies and Diseconomies in a Competitive Situation", *Economic Journal* 62, pp.54-67.
- Meade, J.E. (1955). *Trade and Welfare*, Oxford: Oxford University Press.
- Mishan, E.J. (1972). *Cost-Benefit Analysis*, London: George Allen and Unwin.
- Myles, G.D. (1995). *Public Economics*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Pigou, A.C. (1947). *A Study in Public Finance*. 3rd ed., London: Macmillan.
- Ramsey, F.P. (1927). "A Contribution to the Theory of Taxation", *Economic Journal* 37, pp.47-61.
- Samuelson, P.A. (1947). *Foundation of Economic Analysis*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Samuelson, P.A. (1954). "The Pure Theory of Public Expenditure", *Review of Economics and Statistics* 36, pp.387-389.
- Sandmo, A. (1972). "Optimality Rules for Provision of Collective Factors of Production", *Journal of Public Economics* 1, pp.149-157.
- Shoven, J. and J. Whalley. (1992). *Applying General Equilibrium*, New York: Cambridge

- University Press.
- Stiglitz, J.E. and P.S. Dasgupta. (1971). "Differential Taxation, Public Goods and Economic Efficiency", *Review of Economic Studies* 38, pp.151-174.
- Tsuneki, A. (1987a). "The Measurement of Waste in a Public Goods Economy", *Journal of Public Economics* 33, pp.73-94.
- Tsuneki, A. (1987b). *Essays on the Measurement of Waste and Project Evaluation*, Ph.D. thesis, University of British Columbia; Vancouver, Canada.
- Tsuneki, A. (1989a). "The Measurement of Waste with Increasing Returns to Scale", *Economic Studies Quarterly* 40, pp.276-288.
- Tsuneki, A. (1989b). "The Measurement of Benefits of Public Inputs in a Tax-distorted Economy", *Canadian Journal of Economics* 22, pp.885-891.
- Tsuneki, A. (1993). "Project Evaluation Rules for the Provision of Public Goods Reconsidered", *Public Finance/Finance Publiques* 48, pp.268-287.
- Tsuneki, A. (1995). "The Measurement of Waste with Nonconvex Technology", *Journal of Economics/Zeitschrift für die Nationalökonomie* 61, pp.83-88.
- Tsuneki, A. (1998). "Shadow-Pricing Interpretation of the Pigovian Rule for the Optimal Provision of Public Goods", ISER Discussion Paper #297.
- Turunen-Red, A. (1990). "On the Hatta Normality Condition and Tax Reforms", *Journal of Public Economics* 43, pp.253-262.
- Weymark, J.A. (1979). "A reconciliation of Recent Results in Optimal Taxation Theory", *Journal of Public Economics* 12, pp.171-189.
- Wildasin, D.E. (1979). "Public Good Provision with Optimal and Non-optimal Commodity Taxation - the Single-consumer Case", *Economics Letters* 4, pp.59-64.
- Wildasin, D.E. (1984). "On Public Good Provision with Distortionary Taxation", *Economic Inquiry* 22, pp.227-243.
- Wilson, J.D. (1991). "Optimal Public Good Provision with Limited Lump-sum Taxation", *American Economic Review* 81, pp.153-166.
- 井堀利宏(1996) 『公共経済の理論』, 有斐閣.
- 常木淳(1988) 「交通投資」奥野正寛・篠原総一・金本良嗣編 『交通政策の経済学』第2章, 東京大学出版会.
- 常木淳(1990) 『公共経済学』, 新世社.
- 本間正明(1982) 『租税の経済理論』, 創文社.
- 森杉壽芳編(1997) 『社会資本整備の便益評価』, 勁草書房.

第 2 章付録

社会資本整備の事業効果と税収変化に関する一考察

東京工業大学大学院理工学研究科助教授

上田 孝行

東北大学大学院情報科学研究科教授

森杉 壽芳

1 はじめに

従来から社会資本整備便益として建設プロセスで発生する事業効果の存在が知られている。しかし、いわゆるワルラス均衡が達成されている完全雇用下での事業効果に対する理解には混乱が見られ、特に、税収変化についてのキャンセルアウト特性が費用便益分析においてどのように扱うべきかについて整理されていなかった。本稿は簡単なワルラス的一般均衡モデルのフレームでこの点について考察する。

2 モデル

モデルの基本的前提

本モデルでは、合成財、余暇、土地サービス、公共サービスを消費する代表的家計、労働、土地サービス、公共サービスを投入して合成財を生産する代表的合成財企業、開発を行って土地サービスを提供している代表的不動産企業、家計と企業から複数の手段により税を徴収して公共サービスを提供する政府の4主体からなる経済を想定する。

家計の行動

家計の行動は次の効用最大化問題で表わされるものとする。

$$V((1+t_c)p, r, (1-t_l)w, (1-t_l)w\Omega + (1-t_a)\pi_a + (1-t_b)\pi_b - T, g)$$
$$= \max_{z_h, s, q_h} U(z_h, s, q_h, g) \quad (1.a)$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{aligned} & (1+t_c)pz + rq_h + (1-t_l)ws \\ & = (1-t_l)w\Omega + (1-t_a)\pi_a + (1-t_b)\pi_b - T \end{aligned} \quad (1.b)$$

ここで、 $V(\cdot)$:間接効用関数、 $U(\cdot)$:直接効用関数、 z_h :合成財消費量、 s :余暇消費量、 q_h :土地サービス消費量、 g :公共サービス、 p :合成財価格、 r :土地地代、 w :賃金率、 Ω :総利用可能時間、 π_a :合成財企業からの利潤配当所得、 π_b :不動産企業からの利潤配当所得または土地地代収入、 t_c :消費税率、 t_l :賃金所得税率、 t_a :合成財企業からの配

当所得に対する税率、 t_b :不動産企業からの配当所得に対する税率または土地保有税率、 T :一括税、 $\Omega - s = l_h$:労働時間であり、また、一般化所得を用いた所得制約は森杉他(1997)を参照。

合成財企業の行動

企業の行動は、次の利潤最大化行動で表わされるものとする。

$$\pi_a = \max_{z_c, l_c, q_c} pz_c - wl_c - rq_c \quad (2.a)$$

$$\text{s.t. } z_c = F(l_c, q_c, g) \quad (2.b)$$

ここで、 z_c :合成財生産量、 $F(\cdot)$:生産関数、 l_c :労働投入量、 q_c :土地サービス投入量。

不動産企業の行動

不動産企業は保有している土地から生み出される土地サービスを提供し、それによる地代収入を得ている。

$$\pi_b = rQ$$

ここで、 Q :土地賦存量、である。

政府の行動

政府は、所与の公共財供給量を実現するために、労働力、合成財、土地サービスを投入する。それらの投入量は、公共財の生産費用を最小にるように選択される。そして、その生産費用は一括税、消費税、賃金所得税、企業配当所得税、土地地代配当所得税、からの税金によって賄われる。その結果、財政収支は均衡しており、財政余剰はゼロに保たれているとする。

$$\pi_g = T + t_c pz_c + t_l wl + t_a \pi_a + t_b \pi_b - C(\cdot) = 0 \quad (3.a)$$

$$C((1+t_c)p, w, r, g) = \min_{z_g, l_g, q_g} (1+t_c)pz_g + wl_g + rq_g \quad (3.b)$$

$$\text{s.t. } g = H(z_g, l_g, q_g) \quad (3.c)$$

ここで、 π_g :財政余剰、 $C(\cdot)$:公共サービスの費用関数、 z_g :合成財の政府調達、 l_g :政府部門の労働投入量、 q_g :政府部門の土地サービス投入量。政府は合成財調達に当たって家計と同様に消費税分も支出する。

均衡条件

本稿で構築する一般均衡モデルでは、次の市場の清算条件が成立する。

合成財市場の清算条件:

$$z_h + z_g - z_c = 0 \quad (4.a)$$

労働市場の清算条件:

$$l_c + l_g - l_h = 0 \quad (l_c + l_g - (\Omega - s) = 0) \quad (4.b)$$

土地市場の清算条件:

$$q_h + q_c + q_g - Q = 0 \quad (4.c)$$

3 社会資本整備の費用と便益

家計の効用を所得の限界効用で除したものを社会的純便益と定義して、以下のよう
に展開する。

$$dV/\lambda = -(1+t_c)z_h dp - q_h dr + (1-t_l)l_h dw + (1-t_a)d\pi_a + (1-t_b)d\pi_b - dT + (1/\lambda)\frac{\partial V}{\partial g} dg \quad (5)$$

各企業と政府の余剰変化については以下の通り。

$$d\pi_a = z_c dp + p \frac{\partial F}{\partial g} dg - l_c dw - q_c dr \quad (6.a)$$

$$d\pi_b = Q dr \quad (6.b)$$

$$d\pi_g = dT + t_c p dz_c + t_c p dz_c + t_l l_h dw + t_l w dl_h + t_a d\pi_a + t_b d\pi_b - (1+t_c) z_g dp - l_g dw - q_g dr - \frac{\partial C}{\partial g} dg = 0$$

(6.c)

(6.a) ~ (6.c) を(5)に代入して、さらに均衡条件を用いて、(5)は以下のように書き改められる。

まず、(6.c)より、

$$-dT = t_c p dz_c + t_c p dz_c + t_l l_h dw + t_l w dl_h + t_a d\pi_a + t_b d\pi_b - (1+t_c) z_g dp - l_g dw - q_g dr - \frac{\partial C}{\partial g} dg$$

これを(5)に代入して、

$$dV/\lambda = -(1+t_c) z_h dp - q_h dr + (1-t_l) l_h dw + (1-t_a) d\pi_a + (1-t_b) d\pi_b + t_c p dz_c + t_c p dz_c + t_l l_h dw + t_l w dl_h + t_a d\pi_a + t_b d\pi_b - (1+t_c) z_g dp - l_g dw - q_g dr - \frac{\partial C}{\partial g} dg + (1/\lambda) \frac{\partial V}{\partial g} dg$$

整理して、

$$dV/\lambda = -(1+t_c) z_h dp - q_h dr + l_h dw + d\pi_a + d\pi_b + t_c p dz_c + t_c p dz_c + t_l w dl_h - (1+t_c) z_g dp - l_g dw - q_g dr - \frac{\partial C}{\partial g} dg + (1/\lambda) \frac{\partial V}{\partial g} dg$$

(6.a)と(6.b)を代入して、

$$dV/\lambda = -(1+t_c) z_h dp - q_h dr + l_h dw + z_c dp + p \frac{\partial F}{\partial g} dg - l_c dw - q_c dr + Q dr + t_c z_c dp + t_c p dz_c + t_l w dl_h - (1+t_c) z_g dp - l_g dw - q_g dr - \frac{\partial C}{\partial g} dg + (1/\lambda) \frac{\partial V}{\partial g} dg$$

キャンセルアウト特性を考慮するために、さらに書き改めて、

$$dV/\lambda = (1+t_c)(z_c - z_h - z_g) dp + (Q - q_h - q_c - q_g) dr + (l_h - l_a - l_g) dw + t_c p dz_c + t_l w dl_h - \frac{\partial C}{\partial g} dg + p \frac{\partial F}{\partial g} dg + (1/\lambda) \frac{\partial V}{\partial g} dg$$

右辺の第1項から第3項の()内は、均衡条件からキャンセルされ、結局それらの項は全て消去される。従って、社会的純便益は次のように表される。

$$dV/\lambda = t_c p dz_c + t_l w dl_h - \frac{\partial C}{\partial g} dg + p \frac{\partial F}{\partial g} dg + (1/\lambda) \frac{\partial V}{\partial g} dg \quad (8)$$

第1項は政府の消費税収入の変化分、第2項は賃金所得税収の変化分、第3項は公共サービスの拡大、すなわち、社会資本整備のために要する費用、第4項はそれによる生産拡大、そして、第5項はそれによる家計の効用の直接的な増大である。第4項と第5項の和が社会的便益であり、それから第3項の費用を差し引いたものが通常の社会的純便益である。しかし、実際には第1項および第2項で表わされる税収変化が社会的純便益に影響を及ぼすことになる。なお、社会的純便益を構成する便益/費用の各項目については、表1のような便益帰着構成表(森杉他(1997)参照)にまとめられ、市場清算条件によりキャンセルアウトされる項目が見てとれる。

4 特殊ケースについての考察

特殊ケースとして次の場合について考えてみる。公共サービスの生産技術が Leontief 型技術で近似できる場合には、次のように定式化できる。

$$C((1+t_c)p, w, r, g) = \{(1+t_c)pa_c + wa_l + ra_q\}g \quad (9)$$

ここで、

$$a_c = \frac{1}{\partial H/\partial z_g}, \quad a_l = \frac{1}{\partial H/\partial l_g}, \quad a_q = \frac{1}{\partial H/\partial q_g}$$

であり、それぞれの要素に対する投入係数である。このとき、

$$\frac{\partial C}{\partial g} dg = (1+t_c)p dz_g + w dl_g + rdq_g \quad (10)$$

これを(8)に代入して、

$$dV/\lambda = t_c p (dz_c - dz_g) - p dz_g + t_l w dl_h - w dl_g - rdq_g + p \frac{\partial F}{\partial g} dg + (1/\lambda) \frac{\partial V}{\partial g} dg \quad (11)$$

もし、合成財の政府調達が増分がそのまま合成財生産量の増大につながるなら、第1項はゼロとなる。この場合、実際の費用便益分析の計算では、消費税込みの公共サービスの生産費用の増大分から消費税相当分を除外することになる。同様に、家計の労働供給の増分が公共サービス増大に伴う政府部門の労働投入の増分に等しければ、公共サービスの生産費用の増大分から所得税の相当分を差し引けば良い。しかし、政府調達の増大が民間部門の需要をその分だけ完全に押しつける、すなわち、完全なクラウドアウトが生じる場合には、公共サービスの生産費用の増大から税金相当分の変化を除外してはならない。両者のケースは両極に位置する極端な場合であり、実際はその中間的な場合が生じる。

5 実際的な対応

実証的に以下の数値が安定的な定数として得られているとする。

$$\phi_c = \frac{dz_c}{dz_g}, \quad \phi_l = \frac{dl_h}{dl_g}$$

これを用いて、(11)を書き換えると、

$$dV/\lambda = -\{1+t_c(1-\phi_c)\}pdz_g - (1-t_l\phi_l)wdl_g - rdq_g + p\frac{\partial F}{\partial g}dg + (1/\lambda)\frac{\partial V}{\partial g}dg \quad (12)$$

従って、消費税率を $t_c(1-\phi_c)$ 、所得税率を $t_l\phi_l$ と修正した上で、税収変化分を公共サービスの生産費用の増大の中から除いて、それをもって社会的費用とみなし、費用便益分析を行えばよい。

なお、本稿は 98 年度土木学会年次学術講演会 IV 部における報告をもとにしており、その後、金本良嗣(東京大学)、井堀利宏(東京大学)、八田達夫(東京大学)、常木淳(大阪大学)の各先生方から貴重なコメントを頂いた。特に、常木先生からは政策的な意義について詳細な意見を頂いた。ここに記して感謝する。ただし、本稿に関する責は筆者のみが負っている。

参考文献

森杉壽芳編(1997)『社会資本整備の便益評価』, 勁草書房.

表 1 事業効果の便益帰着構成表

	家計	合成財企業	不動産企業	政府	合計
公共サービスの生産費用変化(建設費・維持管理費)				$-\frac{\partial C}{\partial g} dg$	$-\frac{\partial C}{\partial g} dg$
公共サービスの増大による効用増大	$(1/\lambda)\frac{\partial V}{\partial g} dg$				$(1/\lambda)\frac{\partial V}{\partial g} dg$
公共サービスの増大による合成財生産の増大		$p\frac{\partial F}{\partial g} dg$			$p\frac{\partial F}{\partial g} dg$
合成財に関する支出・収入変化	$-z_h dp$	$z_c dp$		$-z_g dp$	0
消費税の支払額・税収変化	$-t_c z_h dp$			$-t_c z_g dp$ $+t_c z_c dp + t_c p dz_c$	$t_c p dz_c$
土地サービスに関する支出・収入変化	$-q_h dr$	$-q_c dr$	$Q dr$	$-q_g dr$	0
賃金所得・支払額変化	$l_h dw$	$-l_c dw$		$-l_g dw$	0
賃金所得税支払額・税収変化	$-t_l l_h dw$			$t_l l_h dw + t_l w dl_h$	$t_l w dl_h$
合成財企業に関する配当所得・支払額変化	$d\pi_a$	$-d\pi_a$			0
不動産企業に関する配当所得・支払額変化	$d\pi_b$		$-d\pi_b$		0
一括税支払額・税収変化	$-dT$			dT	0
合成財企業に関する配当所得税支払額・税収変化	$-t_a d\pi_a$			$t_a d\pi_a$	0
不動産企業に関する配当所得税支払額・税収変化(土地保有税)	$-t_b d\pi_b$			$t_b d\pi_b$	0
合計	$-(1+t_c)z_h dp - q_h dr$ $+ (1-t_l)l_h dw$ $+ (1-t_a)d\pi_a$ $+ (1-t_b)d\pi_b$ $- dT$ $+ (1/\lambda)\frac{\partial V}{\partial g} dg$	0	0		$p\frac{\partial F}{\partial g} dg$ $+ (1/\lambda)\frac{\partial V}{\partial g} dg$ $-\frac{\partial C}{\partial g} dg$ $+ t_c p dz_c$ $+ t_l w dl_h$

